1

ALGEBRAE COMPENDIOSA FACILI'SQVE DESCRIPTIO, qua depromuntur magna Arithmetices miracula.

Authore Ioanne Scheubelio Mathematicarum professore in academia Tubingensi.

PARISIIS,
Apud Gulielmum Cauellat, in Pingui Gallina, ex aduerso Collegii Cameracensis.

1551.

CVM PRIVILEGIO.

TYPOGRAPHVS LECTORI.

CVM viderem (amice Lector) Algebram à permultis propter artis præstantiam commendari, à nimium paucis intelligi propter obſcuram eius deſcriptionem: Rogaui quorundam ſententiam de libello Scheubelij, qui titulo breuem Algebræ deſcriptionē pollicebatur. Quam cùm intelligerem non ſolùm breuem, ſed etiam facilem, non ſum paſſus vt eo libro tam vtili ac expetito diu careres. Hunc autem cùm ſeorſim excuſus nō eſſet, ſeiungere placuit, vt ſumptibus tuis parcerem, & celerius exhiberem. Quod conſilium à te probatum iri confido. Si quis error autem occurrat admiſſus vel relictus à nobis etiam diligenter obſeruantibus, dabis vt ſpero veniam, cùm difficultas exemplorum & characterum multitudo cauſa facilis lapſus videri poſsit. Quod ſi à te impetrauero, & labor minus grauis, & ſumptus mei mihi leuiores videbuntur, atque adeo ſi fieri poſsit, impetrabo locorum difficiliorum adnotationes quæ tibi poſthac vſui eſſe poſsint. Bene vale.

BREVIS REGVLARVM ALGEBRAE DESCRIPTIO, VNA CVM DEMONSTRATIONIBVS GEOMETRICIS.

AVTHORE IOANNE SCHEVBELIO.

QVVM, vt in absolutis numeris naturali quodã ordine maior sequitur minorem, ita quoque in denominatis proportione aliqua (quorum computationem hoc libro explicare institui) fieri consentaneum sit: primùm ostendam quæ vocabula & signa, & qui ordo talium numerorum, deinde quæ & cuiusmodi sint regulæ Algebræ, rationum valdè artificiosarum, planum facere, ac quoad eius fieri potest, breuissimè & perspicuè docere aggrediar. Porrò harum regularũ inuentionem ascribunt Diophãto Græco scriptori, qui, vt author est Regiomontanus in præfatione Alphragani, libris tredecim eas descripsit, atque vt Latini REI ET CENSVS, sic Arabes regulas illas vocabulò suo appellare solent ALGEBRAS, id quod obiter indicandum erat.

NVMERATIO. CAPVT I.

CHaracteres vocabulorum seu appellationũ, quibus in his regulis numeri naturali quodam ordine proportionis denominantur, sunt, φ, 2e, z, c, zz, sz, zc, bsz, zzz, cc, zsz, Tsz, zzc, &c.

Signa præterea, + & —

CHARACTERVM EXPLICATIO.

φ. Primus character, habet appellationem numeri, sic, vt cuicunque numero appositus sit, pro simplici is habeatur. Vt 4, apposito charactere φ, sic, 4 φ, effertur quatuor numeri, hoc est, quatuor vnitates simplices. Ac præterea 13 φ, 49 φ, 486 φ, tredecim, quadraginta nouem, quadringenta & octoginta sex, item cæteri numeri, vnitates simplices significabunt.

℞. Secundus ordine character, appellationem habet Radicis vel Rei, sic, vt cui numero appositus sit, hac ille appellatione exprimatur. Vt 4 ℞, denotant quatuor radices vel res, Sic 8 ℞, sunt & exprimuntur octo radices.

ʒ. Tertius character, appellationem obtinet Census vel Quadrati, sic, vt numerus cui sit ascriptus talis character, hac appellatione appelletur. Vt 4ʒ, exprimuntur quatuor census vel quadrati. Sic 87ʒ, sunt octoginta septem census vel quadrati.

ce. Quartus character, repræsentat nobis numerũ cubicum, sic, vt numerus hac nota insignitus, cubi appellationem habeat. Vt 4ce, exprimuntur quatuor cubi. Sic 49ce, sunt quadraginta nouem cubi. Haud longè secus exprimendos reliquos characteres, si quibus erunt adiuncti numeris, censendum. Quare eorum tantùm appellationibus, quid nimirũ singuli significent, figura quadam repræsentatis, vt deinde aut significatione signorum + & — expressa, quorum nimirum illud, Plus & additionẽ: hoc verò, Minus & diminutionẽ significet, quod ad numerationis descriptionem attinet, per hæc quæ hoc loco proponuntur, nunc satis manifestum erit.

SIGNIFICANT AVTEM CHARACTERES,

ϑ quidem,	*Numerum.*	*℞, verò*	*Radicem.*
ʒ,	*Quadratum.*	*ce,*	*Cubum.*
ʒʒ,	*Quadratum de quadrato.*	*ſʒ,*	*Surſolidum.*
ʒce,	*Quadratum de cubo, vel contrà, Cubum de quadrato.*		
Bſʒ,	*Bissurſolidum significat.*		
ʒʒʒ,	*Quadratum de quadrati quadrato, vel contrà, Quadratum quadrati de quadrato.*		
		cce.	*Cubum de cubo.*
ʒſʒ,	*Quadratum de ſurſolido, vel contrà, Surſolidum de quadrato.*		
		Tſʒ,	*Terſurſolidum.*
ʒʒce,	*Quadratum quadrati de cubo, vel contrà, Cubum quadrati de quadrato.*		

Quia verò hæ numerorũ appellationes in infinitum sese extendunt, cùm ex multiplicatione (vt quæ semper cõtinuari possit) ipsæ proueniant, ne imponendis nominibus tandẽ infinitio nobis faciat negotiũ, per numeros naturali ordine positos, cùm & ipsi in infinitum crescant, singulas appellationes nominabimus, sic, vt primus character, ϑ, Numeri, Secundus verò, ℞, Radicis nomẽ habeat. Tertius deinde, ʒ. qui cũ ex multiplicatione radicis in se producatur, & primò quidem: Prima quantitas, & Pri etiam syllaba notata, ap-

tu, appelletur. Quartus verò 𝔠, quia ex multiplicatione eiuſdem radicis cum quadrato, hoc eſt, cum prima quantitate, ſecundò producitur: Se ſyllaba notata, Secunda quantitas dicitur. Sic character quintus, ʒʒ, quia ex multiplicatione radicis cum ſecunda quantitate tertiò naſcitur: Ter ſyllaba notata, Tertia etiam quantitaas dicitur. Sextus eadem ratione, ſyllaba Quar: Quarta. Denique reliqui omnes, quo ordine ſingulari naſcuntur, eo etiam ſuæ initialis ſyllabæ numero appellantur.

TYPVS QVO HAEC QVAE IAM DICTA *ſunt, ſuis figuris ordine depinguntur.*

Numerus	*Radix*	*Cenſus vel Quadratus*	*Cubus*	*Quadratus de quadrato*	*Surſolidus*	*Quadratus de cubo, vel contrà.*	*Biſſurſolidus*	*Quadratus de quadrati quadrato.*
φ	𝔯	ʒ	𝔠	ʒʒ	ſʒ	ʒ𝔠	bſʒ	ʒʒʒ
N.	*Ra.*	*Pri.*	*Se.*	*Ter.*	*Quar.*	*Quin.*	*Sex.*	*Sep.*
Numerus	*Radix*	*Prima*	*Secunda*	*Tertia*	*Quarta*	*Quinta*	*Sexta*	*Septima*

quantitas.

EXEMPLA NVMERATIONVM *proponuntur ſic,*

$$44\left\{\begin{matrix}\text{ſʒ}\\ \text{quar.}\end{matrix}\right. + 11\left\{\begin{matrix}\text{ʒ}\\ \text{pri.}\end{matrix}\right. + 31\left\{\begin{matrix}\varphi\\ \text{N.}\end{matrix}\right. - 53\left\{\begin{matrix}\text{𝔯}\\ \text{ra.}\end{matrix}\right.$$

Exprimitur, vel 44 *ſurſolidi, plus (id eſt +)* 11 *quadrati, plus* 31 *numeri, minus* 53 *radices, vel* 44 *quartæ, plus* 11 *primæ, plus* 31 *numeri, minus* 53 *radices. Similiter*

$$25\left\{\begin{matrix}\text{bſʒ}\\ \text{ſex}\end{matrix}\right. + 13\left\{\begin{matrix}\text{ſʒ}\\ \text{quar.}\end{matrix}\right. + 9\left\{\begin{matrix}\text{𝔠}\\ \text{ſe.}\end{matrix}\right. - 48\left\{\begin{matrix}\text{ʒ}\\ \text{pri.}\end{matrix}\right. - 11\left\{\begin{matrix}\text{𝔯}\\ \text{ra.}\end{matrix}\right.$$

Exprimitur 25 *biſſurſolidi, plus* 13 *ſurſolidi, plus* 9 *cubi, minus* 48 *quadrati, minus* 11 *radices. Vel* 25 *ſextæ, plus* 13 *quartæ, plus* 9 *ſecundæ, minus* 48 *primæ, minus* 11 *radices.*

Proinde harum regularum exempla, cùm eodem modò, quo in communi negociatione aliàs monetarum, menſurarum & ponderum, atque etiam quarumlibet aliarum rerum numeri, enuncientur, his duobus exemplis po-

sitis, puto iam facilè omne propositum exēplum exprimi posse, quare de enūciatione iam satis.

ADDITIO. CAPVT II.

IN additione scribantur numeri cum suis characteribus & signis, non aliter atq; in communi numerorum vel physicalium minutiarum tractatione fieri consueuit, linea deinde sub ordinibus ducta, omnes vnius characteris, seu appellationis numeri in vnum colligantur. Quòd si horum summæ tandem, vnà cum charactere & signo cuiusq; sub linea, eo quo maximè collectæ sint loco, scriptæ fuerint, additio peracta erit.

EXEMPLA.

Ter.		ra.		N
7	+	8	—	5
3	+	9	—	8
10	+	17	—	13

Quar.		N		Pri
7	+	8	—	3
4	+	11	—	5
11	+	19	—	8

Quòd si in vno ordine numerus fuerit, cuius characteri vel appellationi similis in reliquis ordinibus non reperitur, ille cum suo charactere & signo summæ sub linea ascribendus erit. vt,

7	quar.	+	8	ra.	—	5	N		
4	quar.	+	9	ter.	+	6	ra.		
11	quar.	+	9	ter.	+	14	ra.	— 5	N

Item	9	ter.	
	8	ra.	
	9	ter.	+ 8 ra.

Item	4	primis	+	9	N
addendæ sunt	3	primæ	—	4	ra.
veniunt	7	pri.	+ 9 N —	4	ra.

Quòd si in signis fuerit aliqua diuersitas, sic quòd numerorū vnius appellationis alter +, alter verò signum — habuerit: maioris super minorem numerum excessu per subtractionem cognito, is cum maioris numeri signo & charactere sub linea quemadmodum alia scribatur. vt,

Pri.		ra.
6	—	8
4	+	12
10	+	4

Item	Pri.		ra.
	6	+	8
	4	—	4
	10	+	4

PROBA SEV EXAMEN.

$-\ 2$		$+\ 40$	
	$+\ 2\frac{4}{9}$		$+\ 48$
$+\ 4\frac{4}{9}$		$+\ 8$	
$+\ 2\frac{4}{9}$			$+\ 48$

COMPARATIO VEL EXAMEN OPERATIONIS.

Vt nunc comprobetur rectène an secus in additione operatum sit, necesse erit vt primò præparetur tabula huic negocio deseruiēs, hoc modo. Accipiatur ad placitū numerus, integer vel fractus, eo deinde radicis loco posito, eius, prout quidem exemplorū quæ comprobari debeāt characteres requirunt, singulæ quantitates ordine designentur, atq; notatis tandem his, vnà cum radice posita, tabula vt sequitur parata erit.

TABVLA COMPROBATIONIS.

Radix posita.	*Prima,*	*Secun.*	*Tertia,*	*Quarta,*	*Quinta,*	*Sexta,*	*Septi.*	*Octaua quantitas.*
2	4	8	16	32	64	128	256	512
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$\frac{1}{19683}$
$3\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{4}$	$42\frac{7}{8}$	$150\frac{1}{16}$	$525\frac{7}{32}$	$1838\frac{17}{64}$	$6433\frac{119}{128}$	$22518\frac{193}{256}$	$78815\frac{327}{512}$
7	40	343	2401	1687	117649	823543	5764801	40353607

Et quia tabula iam est confecta, exemplorum examen, rectène an secus computatio sit facta, hoc modo cognoscetur. Resoluantur numeri denominati in singulis ordinibus secundum vnius numeri ex radicibus positis (eius nimirum per quem probatio instituitur) quantitates, in numeros absolutos, sumptis interim & iis in singulis ordinibus, qui propriè numeri, nempe simplices, appellantur. Proinde qui ex additis proueniunt simplices numeri, in vnum tamen prius collecti, si id collectum, siue totus is numerus, ei qui ex inferiori, hoc est ex summa colligitur, æqualis fuerit: rectè te operatum scias: at cōtrà si inæqualis, reiterandam esse nimirum operationē ipso errore admoneberis. Atq; in hunc modum, vltimum, quidem per radicē positam 2. quod verò exemplum ipsum præcedit, per $\frac{1}{3}$ comprobatum esse scias.

SEQVITVR EXEMPLVM ALIVD.

	7 *quint.*	$+$ 8 *ter.*		$-$ 4	*ra.*	$+$ 8 N					
	7 *quint.*	$+$ 5 *quar.*	$-$ 11 *ter.*	$-$ 11 *se.*							
14 *quin.*		$+$ 5 *quar.*	$-$ 3 *ter.*	$-$ 11 *se.*	4 *ra.*	$+$ 8 N					

Probatur hoc exemplum per 2.

Numeri ordinis

Primi	576	*Secundi*	344

Summa 920. Atq; tot etiam vnitates simplices, vel tantus numerus veniet, vbi summa sub linea posita simili modo resoluta fuerit.

Idem exemplum probatum per

$$\frac{1}{3} \qquad\qquad\qquad 3\frac{1}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} +\ 6\frac{565}{729} \\ -\ \frac{374}{729} \end{array}\right\} +6\frac{191}{729} \qquad \left.\begin{array}{l} 14062\frac{23}{64} \\ 13368\frac{57}{64} \end{array}\right\} 27431\frac{1}{4}$$

$$+\ 6\frac{191}{729} \qquad\qquad 27431\frac{1}{4}$$

SVBTRACTIO. CAP. III.

In subtractione id quod subtrahitur, sub eo à quo subtractio fieri debet, ordine scribatur, subducta deinde linea, singularum in subtrahendo appellationum numeri à numeris appellationum similium, eius à quo subtractio fieri debeat, auferantur. Quòd si tandem residua, vnà cum cuiusq; charactere & signo, sub linea suo loco positi fuerint, subtractio peracta erit. Hîc tamen maximè respectus habeatur signorum + & —. nam per illa quid subtrahendum sit, & quid non, quantum deinde illud sit, de quo subtractio fieri debeat, quantum fuerit initiò, & quantum subtractione nunc ei desit, cognoscitur. quae certè omnia nisi animaduertantur, difficilis erit omnis subtractio: contrà verò, nulla non facilis, si obseruentur.

EXEMPLA.

Pri.		*ra.*		N	*Ter.*		*ra.*
7	+	8	+	14	8	+	7
3	+	5	+	7	5	—	4
4	+	3	+	7	3	+	11

Primum exemplum est facile, secundum autem, quia in eo non 5 tertiae totae & integrae sed hae, quatuor radicibus minus subtrahendae sunt. postquam igitur 5 tertiae integrae à superioribus subtractae fuerint, 4 radices residuo reddendae erunt. Quo fit, vt 11, & non 3 radices, vltra 3 tertias in residuo conspiciuntur. vt

Ter.		pri		pri		N
14	+	9		19	—	5
9	+	12		14	+	14
5	—	3		5	—	19

In his duobus exemplis superiorum memori nulla difficultas occurret. Nam cùm aliquid totum & integrè subtrahi nō poßit, nihilominus id quod maximè poteſt, de ſumma eſt detrahendum. quod reliquum deinde eſt, per diminutionum ſignum, —, vt communi apprehenditur notione, in debitū ponendum eſt, quod ipſum in priori exemplo cognoſci poteſt. In poſteriori, cùm 14 exponi debeant, prius verò 8 eiuſdem appellationis, de ſumma expoſita ſint, 22 iam per ſignum — notanda erunt.

Pri.		N		Pri.		N
12	—	9		12	—	4
8	—	4		8	—	9
4	—	5		4	+	5

In his duobus exemplis, cùm in vtroq; non 8 quantitates primæ, ſed hæ in vno quidem minus 4, in altero verò, minus 9 numeris ſubtrahendę ſint, 8 primis integrè ſubtractis, reſiduis tandem id quod plus æquo ſubtractum eſt, iure accedere debet. Quare in priori quidem exemplo, loco — 9, cùm 4 accedant, tantùm — 5, in poſteriori verò loco — 4, cùm 9 accedant, + 5 N poſitum eſt.

ALIVD EXEMPLVM.

A	1056	*primis*	—	695	*ſecund.*
ſubtra.	4032	*primæ*	—	1008	*ſecund.*
manent	312	*ſecundæ*	—	2976	*pri.*

Proba, ſumpto radicis valore

$$\begin{array}{llll} \overset{2}{\overline{-\ 1344}} & -\ 1344 & \overset{3}{\overline{-\ 9288}} & -\ 9288 \\ \left.\begin{array}{l} +\ 8064 \\ -\ 9408 \end{array}\right\} & -\ 1344 & \left.\begin{array}{l} +\ 9072 \\ -\ 18360 \end{array}\right\} & -\ 9288 \end{array}$$

Vel facta ſubtractione

$$\begin{array}{llll} \left.\begin{array}{l} -\ 1344 \\ +\ 8064 \end{array}\right\} & -\ 9408 & \left.\begin{array}{l} -\ 9288 \\ +\ 9072 \end{array}\right\} & -\ 18360 \\ -\ 9408 & -\ 9408 & -\ 18360 & -\ 18360 \end{array}$$

Hactenus quæ in signis animaduertenda, ostendimus.

Quod si in vno ordine, vel in eo qui subtrahitur, vel in eo à quo subtrahitur, numerus fuerit, cuius characteri in altero similis nō reperitur, in subtrahendo quidem numerus ille cum suo charactere, signo tamen opposito, in altero verò ordine, omnia. hoc est, numerus, character & signum, sub linea scribantur.

EXEMPLVM.

A	4	*quar.*	—	5	*rads.*			
subtrahantur	2	*quar.*	+	9	N			
manent	2	*quar.*	—	9	N	—	5	*ra.*

ALIA DVO.

8 *pri.*		4	*quar.*	+	8	*ra*
4 *ter.*		3	*quar.*	—	8	N
8 *pri.* —	4 *ter.*	1	*quar*	+ 8 *ra.*	+ 8	N

ALIVD EXEMPLVM.

Sep.	sex.	quin.	Ter	se.		prima	quan.	
8	+ 9	+ 11	+ 14 *quar.*	— 4		— 8	— 4	
5	+ 12	— 9	+ 10 *ra.*	+ 8	— 4	— 9	— 6 N	
3 *sep.* —	3 *sex.* +	20 *qn.* +	14 *quar.* —	10 *ra.* —	12 —	4 +	5	+ 6 N

PROBAE NVMERVS, AC RADICIS VALOR,

esto 2

+	4208	+	1894
+	2314		
		+	1894

COMPARATIO, VEL EXAMEN OPERATIONIS.

In examine subtractionis, vtere tabula in additione à nobis proposita, contrario tamen vsu, nam quod illic additur, hic subtrahitur. Necesse igitur, vt quantum fuerit numerorum subtrahendi, secundum suorum characterū appellationem resolutione facta, tantundem de alterius ordinis numeris, eodem modo resolutis, subtrahatur. Quod si tandem quod relinquitur residui numeri sub linea solutioni responderit, vt in hoc vltimo præmisso exemplo apparet, non est quod te hallucinatum fuisse subtractione existimes.

Idem vltimum exemplum examinatum, radicis valore existente $3\frac{1}{2}$

Singulorum characterũ numeri pro valore radicis positę soluti sunt, in ordine

quidem à quo subtrahitur,		$\frac{522}{6561}$	—	$\frac{64}{81}$
subtrahendo verò	+	$3\frac{2876}{6561}$	—	$7\frac{17}{81}$
residuo deinde	+	$6\frac{4206}{6561}$	—	$3\frac{460}{729}$

hoc est,

$$-\ \frac{4672}{6561} \qquad +\ 3\frac{66}{6561}$$

$$-\ 3\frac{4738}{6561} \qquad -\ \frac{4672}{6561}$$

$$+\ 3\frac{66}{6561}$$

Potest proba subtiliori etiam modo institui, ijs nimirum, qui post illud, quo dicitur, Hoc est, ponuntur, numeris neglectis. Sed per hanc iam satis.

MVLTIPLICATIO. CAP. IIII.

IN multiplicatione scriptis ordinibus, linea itẽ sub ijs ducta, vt solet multiplicentur numeri singulorum characterum superioris, cũm singulis characterum numeris ordinis inferioris, atq; productis post hac singulis legitimè in vnum collectis, si cuiq; producto tandem suus proprius character & signum, quæ sic multiplicando sortiuntur numeri, adscripta sint, multiplicatio peracta erit. In hac autem numerorum collectione animaduertendum est, qualem characterem, quale item signũ, quilibet productus numerus sortiatur. Quantum igitur ad characterem pertinet, hoc est, vt sciatur, qui character sit ascribendus procreato ex multiplicatione numero, ex hac subiecta tabula intelligi poterit.

TABVLA MVLTIPLICATIONIS, QVANTVM *ad characteres.*

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N	Ra.	Pri.	Secũ.	Ter.	Quar.	Quin.	Sex.	Sep.	Octa.	No.	De.

cima & ca. quanti.

COMPOSITIO TABVLAE.

Scribantur characteres singuli ordine quo ipsi proueniunt & numeran-

tur,sic,vt character N, primum,locum primum: Radix verò character secũdus,secundum: reliqui deinde omnes naturali ordine sua loca occupent. Super primo deinde charactere, N scilicet, figura nihili o positu, reliquis omnibus naturali numerorum ordine, ab vnitate incipiendo, signatis, tabula cõfecta erit, cuius vsus talis est.

VSVS TABVLAE.

In multiplicatione, duobus duorum characterum numeris inter se multiplicatur, qui super horum numerorum characteribus in præscripta tabula reperiuntur numeri, hi simul aggregati, summa sua characterem producti in tabula ostendent.

Porrò quod ad signa + & — attinet, quale scilicet vnicuiq́ producto sit adnotandũ, cõmunis notitia atq́ intelligentia, ex sequentium exemplorum descriptione, expeditam nobis & promptam rationem suppeditabit.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

8 *pri.*	8 N	9 *se.*	29 *quar.*
4 N	8 N	8 *ra.*	9 *quar.*
32 *pri.*	64 N	72 *ter.*	261 No.

Initium ordinis numerorum semper repræsentare plus admonendus est lector.

ALIA EXEMPLA.

8 *pri.* + 9 N	8 *pri.* + 9 N
7 *pri.* + 4 N	8 *pri.* + 9 N
32 *pri.* + 36 N	72 *pri.* + 81 N
56 *ter.* + 63 *pri.*	64 *ter.* + 72 *pri.*
56 *ter.* + 95 *pri.* + 36 N	64 *ter.* + 144 *pri.* + 81 N

In his duobus exemplis nulla est difficultas, in vtroq́ enim omnes superioris cum omnibus numeris ordinis inferioris multiplicandi sunt. Quare sicut signum + ad omnes, tam multiplicandi quàm etiam multiplicantis ordinis numeros est positum, ita etiam singuli ex multiplicatione producti numeri ex æquo eodem signo + notẽtur. Hinc regulam colligunt in Algebricis exercitati: Quòd + cum + multiplicatum, + producat: quæ est notanda.

ADHVC ALIA EXEMPLA.

7 *pri.*	+	4 *ra.*
		9 *ra.*
63 *se.*	+	36 *pri.*

ALIA EXEMPLA.

2 *pri.* — 4 *ra.*	9 *ra.*
9 *ra.*	7 *pri* — 4 *ra.*
63 *se.* — 36 *pri.*	63 *se.* — 36 *pri.*

Primum exemplum est facile, cùm in eo tam 7 primæ quantitates quàm 4 radices, cum 9 radicibus multiplicari debeant. Secundi autem, & tertij exemplorum ratio, cùm sit paulò inuolutior, explicanda communi quadam (quæ versatur in huiusmodi rebus) notitia esse videtur. In secundo, 7 primæ solidæ ac integræ cum 9 radicibus, in tertio, 9 radices cum 7 itidem integris primis multiplicētur: hæ tamen integræ cùm non sint, sed quandam decessionem perpessæ sint priuatiuo signo —, necesse est, vt in multiplicatione tantum decedat, quantum non legitimè accessit, priori summæ procreatæ ex multiplicatione: atq; hîc quidē, quantū 9 radices cū 4 radicibus: illic verò, 4 radices cū 9 radicibus multiplicatæ producūtur, id quod per signū diminutionis — fieri debet, sic, — 36 pri. — 36 pri. Ex quo ratio intelligi potest, propter quam, si multiplicetur + cum —, vel contrà — cum +: non plus, sed minus producatur: quod & ipsum regula quadam proposuerunt in Algebricis exercitati, quæ est notanda.

ALIVD EXEMPLVM.

8 *pri.* — 9 N
8 *pri.* — 9 N
64 *ter.* — 72 *pri.*
— 72 *pri.* + 81 N
64 *ter.* — 144 *pri.* + 81 N

3 8 3
cum 3 8 3 *produ.*
1 4 6 6 8 9
equi.
1 4 6 6 8 9

Quomodo 8 primæ cum 8 pri. vt totū cum toto multiplicari debet, item quomodo 8 primæ — 9 N. cum 8 primis, postremò 8 primæ etiam cum 8 primis — 9 N. suprà ostendimus. At verò cùm in hoc exemplo multiplicandi ratio minus sit perspicua, eam explanare obiter hoc loco volui, vt intelligatur scilicet causa etiam, propter quam, signo — notatis numeris, nō minus sed plus procreetur, hoc quod diuersum quid, quàm in superioribus hactenus est habitū, esse solet. Multiplicentur igitur 8 primæ — 9 N. vt dictū est, cum 8 primis, & producentur 64 ter, — 72 pri. Sed quia non cum 8 primis integris, verùm cum iis, detractione 9 N. imminutis, multiplicatio institui debet, plus quàm par erat, priore multiplicatione est procreatū: quare vt conueniens producatur numerus, ratione defectus in multiplicante, 8 *primæ nouies ex hoc producto subtrahenda erunt. Atqui rursum, cum non 8 primæ, sed hæ minus 9 N. multiplicari debeant, 9 N rursus nouies addendæ sunt. quod tum fit, quando minus multiplicatur per minus (id quod tertiò ratione signorum, + & — in multiplicatione obseruari debet) Quo demum reddito, verus productus numerus apparebit.*

Tribus igitur regulis his suprà propositis, omnis multiplicatio, ratione quidem signorum + & — absoluitur: quæ tamen, quia prima & vltima coincidunt, ad duas regulas reduci possunt.

Prima.

Si fuerint eadem signa multiplicantis & multiplicandæ quantitatis, procreatus ex multiplicatione, numerus notatur signo affirmatiuo +.

Secunda.

Si fuerint signa diuersa, notatur productus ex multiplicatione numerus, signo priuatiuo vel negatiuo —.

POTEST ETIAM ALITER HVIVS EXEMPLI *præcedentis multiplicatio institui.*

Multiplicentur primò 8 pri. — 9 N cum 8 primis vna, postea etiam cum 9 N altera quantitate. Subtrahatur deinde, per caput præcedens, posterius productum à priori, & relinquetur verus ex multiplicatione productus numerus, vt sequitur.

8 *pri.* — 9 N	8 *pri.* — 9 N
cum 8 *pri.*	*cum* 9 N
64 *ter* — 72 *pri.*	72 *pri* — 81 N

Productorum subtractio.

64 *ter.* — 72 *pri.*
72 *pri.* — 81 N
64 *ter,* — 144 *pri.* + 81 N

SEQVITVR HVIVS REI EXEMPLVM *in numeris rationalibus.*

17 — 6,	*hoc est* 11
cum 9 — 4	*cum* 5

153 — 54
— 68 + 24
153 — 122 + 24

hoc est, 55. *Et tantum etiam sunt* 11. *quinquies,* *vel vndecies quinque, vt quidem multiplicatione patet,quod erat oſtendendum.*

ALIVD MVLTIPLICATIONIS EXEMPLVM.

9 *pri.* + 8 N — 3 *ra.*

7 *ſe.* — 4 *ter.* — 8 *pri.*

63 *quar.* + 56 *ſe.* — 21 *ter.*

— 36 *qn.* — 32 *ter.* + 12 *quar.*

— 72 *ter.* — 64 *pri.* + 24 *ſe.*

75 *quar.* + 80 *ſe.* — 36 *qui* — 125 *ter.* — 64 *pri.*

PROBAE NVMERVS AC RADICIS VALOR,

ſit $\frac{2}{3}$

+ 8

— 5 $\frac{35}{81}$

— $\frac{55}{81}$

— 5 $\frac{35}{81}$

Poteſt etiam,cùm iam ſciatur,quale ſignum cuiuis producto ſit aſcribendum,multiplicatio ad vulgarem modum ſic inſtitui.

9 *pri.* + 8 N — 3 *ra.*

7 *ſe.* — 4 *ter.* — 8 *pri.*

— 72 *ter.* — 64 *pri.* + 24 *ſe.*

— 36 *quin.* — 32 *ter.* + 12 *quar.*

63 *quar.* + 56 *ſe.* — 21 *ter.*

75 *quar.* + 80 *ſe.* — 36 *quin.* — 125 *ter.* — 64 *pri.*

PROBAE NVMERVS AC RADICIS VALOR,

ſit 2

+ 38

— 40

— 1520

— 1520

PROBATIO VEL EXAMEN *operationis.*

Proba hîc nõ aliter inſtituitur atq; in ſuperioribus,nempe per reſolutionẽ denominatorũ numerorum.Nec à ſuperiori differt,niſi quod hic numerus abſolutus vnus cum altero multiplicetur,cũ illic ſimul additi,vel vnus ab altero ſubtractus ſit. Tabula igitur, quam in additione præſcripſimus; huc etiam aſſumenda erit,& ad multiplicationis reſolutionem adhibenda.

DIVISIO. CAPVT V.

SI numeri diuidendi character semper maior esset charactere sui diuisoris, vno itẽ charactere diuisor ipse signaretur, simplicissima & facillima esset omnis diuisio. Etenim numero vel numeris diuidẽdi singulis in numerum diuisoris diuisis, characteris deinde diuisoris numero (quo scilicet in multiplicationis tabula signatur) à numero, vel numeris characterum diuidendi singulis subtracto, diuisio vtique peracta esset. Diuisio enim sic per exeuntes ipsos numeros, subtractio verò numerorum, quibus signantur in tabula characteres, vbi residuus, vel residui numeri singuli in tabulam multiplicationis missi fuerint, horum numerorum denominationes seu characteres offeret.

In signis porrò nulla fit planè mutatio. Quæ enim signa habet ipse diuidendi, illa eadem etiam in exeunte ponuntur.

EXEMPLA SVNT.

Diuidantur 9 *ra.* (*exe.* 3 *ra* — *in* 3 N

Item 10 *se.* (*exe.* $3\frac{1}{3}$ N — *in* 3 *se.*

ALIA EXEMPLA.

8 *ra.* *in* 9 *ra.* — *exeunt* $\frac{8}{9}$N

Item 10 *se.* *in* 3 *ra.* — *exeunt* $3\frac{1}{3}$ *pri.*

ADHVC ALIA.

9 *pri.* + 4 *ra.* *in* 3 *ra.* — *exeunt* 3 *ra.* + $1\frac{1}{3}$ N

Item 18 *ter* — 12 *pri* *in* 4 *ra.* — *exeunt* $4\frac{1}{2}$ *se.* — 3 *ra.*

Sed quia non rarò cõtingit, quòd diuisoris character maior quàm diuidendi character sit, pluribus etiã characteribus quàm vno, signetur. Alia ratione igitur numerus qui proponitur, diuidendus erit. Nam tum diuisor numerus diuidendo subscribi, ac virgula interponi atq; interduci oportet.

Vt diuidere volens, 8 *quar.* *in* 2 *pri.* — 4 N

Item 8 *pri.* — 9 *ra.* *in* 4 *ra.* + 3 N

Diuisores suis diuidendis tantum, vt præcipitur, subscribat: ac virgulis deinde interiectis, diuisionem absolutam esse sciat.

EXEMPLA.

Diuiden. — *Diuisor*

8 *quar.* *in* 2 *pri.* — 4 N

Diuiden. — *Diuisor*

Item 8 *pri.* — 9 *ra.* *in* 4 *ra.* + 3 N

Exiens

Exiens	Exiens
8 *quar.*	8 *pri.* — 9 *ra.*
2 *pri.* — 4 N	4 *ra.* + 3 N

ALIA EXEMPLA.

9 N *in* 3 *ra.* $\qquad$ 8 *ra. in* 4 *pri.*

exeunt $\frac{3\ N}{1\ ra.}$ $\qquad$ *exeunt* $\frac{8\ ra.}{4\ pri.}$ *vel* $\frac{2\ N}{1\ ra.}$

Afferri autem huc necesse est tabulam,in multiplicatione,pro characteribus productorum habendis,expositam. Nam quemadmodum in multiplicatione, numeri characterum eorum qui inter se multiplicantur,pro characteribus productorum habendis addendi, sic in diuisione iam, vt habeatur character exeuntis vnius, diuisoris scilicet character de numero characteris ipsius diuidendi subtrahi debet. Per residuum enim numerum statim,in tabula illa, exeuntis character manifestabitur: cum is nimirum sit, cui est numerus residuus suprà positus. Et hæc de integris hactenus pro instituto nostro satis nos dixisse opinor.

SEQVVNTVR REGVLAE QVAS OBSERVARI IN FRACTONIBVS OPORTET.

ENVNCIATIO. CAPVT I.

QVantum ad enunciationem fractionũ seu minutiarum,nulla est hîc difficultas,cum hæ non aliter atque in communi minutiarum tractatione enuntientur,nisi quòd etiam vocabula seu characteres suis appellationibus efferantur,& horum quidem primus, si duo fuerint,numeratorem : alter deinde, ipsum denominatorẽ sequatur. Quòd si vnus tantum fuerit minutiæ character,ad minutiæ numeratorem illum pertinere scias. Vt minutia $\frac{3\ N.}{8\ ra.}$ *enunciatur, tres numeri diuisi in octo radices. Item* $\frac{7}{9}$ *pri. sunt septem primæ diuisæ in 9. Simili modo alias minutias omnes efferri oportet.*

ADDITIO ET SVBTRACTIO.

Caput II.

PRO additione, addantur fractiones, prout communis earum tractatio requirit. Qui deinde characteres numeratoris & denominatoris collectæ minutiæ sint, ostendet tabula in multiplicatione de integris exposita. Idē vsuuenit etiam in subtractione, in qua itidem vna minutia de alia subtracta, characteres residuæ minutiæ tabula integrorum suprà proposita offeret.

EXEMPLA ADDITIONIS.

31 *pri.*
15 *pri.*   16 *pri.*
3 N *ad* 4 *ra.*
4 *ra.*   5 *pri.*
20 *se.*

Item $\frac{5}{6}$ *pri.* *ad* $\frac{7}{8}$ *ra.* — 15 *pri.*   14 *ra.*; $\frac{15\ pri. + 14\ ra.}{18\ N}$

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{48\ N}{7\ pri.}$ *ad* $\frac{48\ N}{12\ ra. - 3\ pri.}$ *ven* $\frac{192\ pri. + 576\ ra.}{84\ se. - 21\ ter.}$

ADHVC ALIVD.

$\frac{4}{9}$ N *ad* $\frac{1}{9}$ *pri.* *ve.* $\frac{1\ pri. + 4\ N}{9}$

ALIVD.

$\frac{9\ ra. + 2\ pri.}{36\ se.}$ *ad* $\frac{21\ ter. - 8\ pri.}{36\ se.}$ *ve.* $\frac{21\ ter. + 9\ ra. - 6\ pri.}{36\ se.}$

Vel in minimis, quantum ad numeros & characteres, veniunt.

$\frac{7\ se. + 3\ N - 2\ ra.}{12\ pri.}$

EXEMPLA SVBTRACTIONIS.

15 *quar.*
16 *quar.*   31 *quar.*
$\frac{4\ ra.}{5\ pri.}$ *de* $\frac{31\ se.}{20\ ter.}$
20 *quin.*

Item $\frac{5}{6}$ *pri.* *de* $\frac{15\ pri. + 14\ ra.}{18\ N}$ — 15 *pri.*   14 *ra.*   15 *pri.* + 14 *ra.*; 18 N

Vel in minimis, &c.

$$\frac{3\ \text{N}}{4\ \text{ra.}} \qquad \frac{7}{9}\ \text{ra.}$$

ALIVD EXEMPLVM.

$$\frac{48\ \text{N}}{12\ \text{ra.} - 3\ \text{pri.}}\ \textit{de}\ \frac{232\ \text{ra.} + 576\ \text{N}}{84\ \text{pri.} - 21\ \text{se.}}\ \textit{vel de}\ \frac{48\ \text{N}}{7\ \text{pri.}}$$

Sunt duæ ſubtractiones, manent autem, ratione quidem prioris

$$\frac{6912\ \text{ra.} + 312\ \text{se.} - 2976\ \text{pri.}}{63\ \text{qr.} + 1008\ \text{se.} - 504\ \text{ter.}}\quad \textit{poste. verò}\quad \frac{576\ \text{ra.} - 480\ \text{pri.}}{84\ \text{se.} - 21\ \text{ter.}}$$

Vel manet ratione prioris

$$\frac{576\ \text{N} - 104\ \text{ra.}}{84\ \text{pri.} - 21\ \text{se.}}\ \textit{quod probari poteſt.}$$

OPERATIO SVBTRACTIONIS PRIORIS.

$$\begin{array}{ccc}
 & 6912\ \text{ra.} + 312\ \text{se.} - 2976\ \text{pri.} & \\
\hline
4032\ \text{pri.} - 1008\ \text{se.} & & 1056\ \text{pri.} + 6912\ \text{ra.} - 696\ \text{se.} \\
\dfrac{48\ \text{N}}{12\ \text{ra.} - 3\ \text{pri.}} & \textit{de} & \dfrac{232\ \text{ra.} + 576\ \text{N}}{84\ \text{pri.} - 21\ \text{se.}} \\
\hline
 & 63\ \text{quar.} + 1008\ \text{se.} - 504\ \text{ter.} &
\end{array}$$

Poſterioris ſubtractionis calculus quia eſt facilis, ideo etiam relinquitur.

ALIVD EXEMPLVM.

$$\frac{8\ \text{pri.} + 4\ \text{ra.}}{9\ \text{se.}}\ \textit{de}\ \frac{9\ \text{se.}}{8\ \text{pri.} - 4\ \text{ra.}}\ \textit{ma.}\ \frac{81\ \text{quin.} - 64\ \text{ter} + 16\ \text{pri.}}{72\ \text{quar.} - 36\ \text{ter.}}$$

ADHVC ALIVD.

$$\frac{9\ \text{pri.} + 8\ \text{ra.}}{2\ \text{se.} - 6\ \text{N.}}\ \textit{de}\ \frac{11\ \text{se.} + 16\ \text{pri.} + 8\ \text{ra.}}{2\ \text{se.} - 6\ \text{N}}\ \textit{ma.}\ \frac{11\ \text{se.} + 7\ \text{pri.}}{2\ \text{se.} - 6\ \text{N}}$$

MVLTIPLICATIO ET DIVISIO.
Caput. III.

PRo multiplicatione, multiplicentur numeri, numeratores ſcilicet & denominatores, prout in cõmuni tractatione id fieri ſolet, inter ſe: productorum deinde characteres, quem quiſq; ſortiatur, dabit tabula ſuperius pro hac re expoſita. Idem fit etiã in diuiſione, vbi itidem vna minutia in aliam primò, vt moris eſt, diuiſa, numerorum exeuntium characteres ex ſuperioribus petendi erunt.

EXEMPLA MVLTIPLICATIONIS.

$\frac{2\ \textit{ra.}}{5\ \textit{pri.}}$ *cum* $\frac{8\ N}{9}$ *Item* $\frac{6\ \textit{pri.} + 8\ N}{9\ \textit{ra.}}$ *cum* $\frac{15\ \textit{ra.}}{8\ N}$

produ. $\frac{16\ \textit{ra.}}{45\ \textit{pri.}}$ *pro.* $\frac{15\ \textit{pri.} + 20\ N}{12\ N}$

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{7\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ N}$ *cum* $\frac{4\ \textit{ter.} + 5\ \textit{ra.}}{7\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}$

producuntur $\frac{4\ \textit{ter.} + 5\ \textit{ra.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ N}$

ADHVC ALIVD.

$28\ \textit{sex.} + 35\ \textit{ter.} - 32\ \textit{quin.} - 40\ \textit{se.}$

$\frac{7\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ N}$ *de* $\frac{4\ \textit{ter.} + 5\ \textit{ra.}}{5\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}$

$15\ \textit{ter.} - 4\ \textit{se.} - 31\ \textit{pri.}$

ALIVD.

$\frac{7\ \textit{ter.} + 12\ N}{8\ \textit{pri.}}$ *cum* $\frac{7\ \textit{ter.} - 12\ N}{8\ \textit{pri.}}$

produ. $\frac{49\ \textit{sep.} - 144\ N}{64\ \textit{ter.}}$

ADHVD ALIA.

$\frac{7\ \textit{pri.}}{8\ \textit{ter.}}$ *cũ* 4 *ra.* 8 — N. *Item* $\frac{7\ \textit{pri.} + 8\ \textit{ra.}}{5\ \textit{se.} - 12.N}$ *cum* $\frac{4\ \textit{ra.}}{5\ \textit{pri}}$ — 8 N.

produ. $\frac{7\ \textit{se.} - 14\ \textit{pri.}}{2\ \textit{ter.}}$ *pro.* $\frac{32\ \textit{pri.} - 280\ \textit{ter.} - 292\ \textit{se.}}{25\ \textit{quar.} - 60\ \textit{pri.}}$

Est huius secundæ multiplicationis duplex operatio. Vna quidem, vt ante multiplicationem, — 8 N *in multiplicante, ad eandem cum* 4 *radicibus reducantur denominationem. Eritque tum multiplicationis huius modus, qui est superiorum exemplorum. Altera verò, vt sicut duæ sunt in multiplicante diuersæ inter se quantitates, sic etiam duæ instituantur multiplicationes. Vna quidem cum* $\frac{4\ \textit{ra.}}{5\ \textit{pri.}}$ *altera deinde cum* — 8 N, *& quod secũdò producetur, id à priori subtrahatur, & residuum productam ex multiplicatione minutiam manifestabit: id quod quiuis ex communi notitia deprehendere potest.*

EXEMPLA DIVISIONIS.

Diuidan. $\frac{2\ N}{3\ ra.}$ *in* $\frac{8\ ra.}{9\ pri.}$ *vel cont.* $\frac{8\ ra.}{9\ pri.}$ *in* $\frac{2\ N}{3\ ra.}$

exeunt in minimis $\frac{3}{4}$ N *exit* $1\frac{1}{3}$ N

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{15\ se. + 20\ ra.}{12\ ra.}$ *diuidantur in* $\frac{6\ pri. + 8\ N}{9\ ra.}$

exeunt $\frac{45\ se. + 60\ ra.}{24\ pri. + 32\ N}$

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{7\ se.\quad 14\ pri.}{2\ ter.}$ *in* $\frac{7\ pri.}{8\ ter.}$ *exe.* 4 *ra.* — 8 N

$\frac{Sic\ 7\ se. - 14.\ pri.}{2\ ter.}$ *in* 4 *ra.* — 8 N

exe. $\frac{7\ se. - 14\ pri.}{8\ qr. - 16\ ter.}$ *hoc est* $\frac{7\ se}{8\ ter.}$ *vel in minimis* $\frac{7\ N}{8\ pri.}$

REGVLA PROPORTIONVM.

Regulam de proportionibus, quæ nunc recto ordine sequi deberet, cùm quiuis partim ex communi ipsius descriptione, partim ex ijs quæ hactenus sunt commemorata, quomodo hæc in integris atq; etiam in fractionibus tractari debeat, facilè cognoscat: Lectori satis me facturum, vno duntaxat atq; altero exemplo sum opinatus.

EXEMPLA AVTEM SVNT *huiusmodi.*

Primum, 6 N *alicuius rei valent* 3 *primis aureorum, quanti* 7 *ra.* + 1 *pri. eiusdem rei.*

Facit $\frac{7\ se + 1\ ter.}{2\ N}$

Secun. 6 *ra. valent* 9 *pri. aureorum, quantum emitur* 4 *se.* — 2. *ra. au.*

Facit $\frac{8\ pri. - 4\ N}{3\ N}$

Tertium, 3 *ra.* + 4 N *valent* 8 *se.* + 4 *pri. quanti* 8 *ter.* — 4 *ra.*

Facit $\dfrac{64\ \text{sex.} + 32\ \text{quin.} - 32\ \text{ter.} - 16\ \text{se.}}{3\ \text{ra.} + 4\ \text{N}}$

Vel quantum emitur 8 ter. — 4 ra. aure.

Facit $\dfrac{6\ \text{ter.} + 8\ \text{se.} - 3\ \text{ra.} - 4\ \text{N}}{2\ \text{pri.} + 1\ \text{ra}}$

HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Quantitates proportionales, quantum ad partem priorem,

Prima,	secunda,	tertia,	quarta,
8 ra. + 4 N,	8 se. + 4 pri.,	8 ter. — 4 ra.,	$\dfrac{64\ \text{sex.} + \&c\text{a.}}{3\ \text{ra.}}$

RESOLVTAE SECVNDVM VALORES QVANTITATVM.

$$9600$$

$$2)\quad 10 \qquad 80 \qquad 120 \qquad 960$$

$$9600$$

$$-\frac{2000}{2187}$$

$$\tfrac{1}{3})\quad +5 \qquad +\frac{20}{27} \qquad -\frac{100}{81} \qquad -\frac{400}{2187}$$

$$-\frac{2000}{2187}$$

Quantitates proportionales, quantum ad partem posteriorem.

Prima,	secunda,	tertia,	quarta,
8 se. + 4 pri.,	3 ra. + 4 N,	8 ter. — 4 ra.,	$\dfrac{6\ \text{ter.} + 8\ \text{se.} \&c\text{a.}}{2\ \text{pri.}}$

RESOLVTAE SECVNDVM VALORES QVANTITATVM.

1200

2) 80   10   120   15

1200

$-\frac{500}{81}$

$\frac{1}{3}$) $\frac{20}{27}$ 5 $-\frac{100}{81}$ $-\frac{25}{3}$

$-\frac{500}{81}$

PROBATIO SEV EXAMEN.

Probantur huius regulæ exempla per numerum loco radicis pro arbitrio sumptum, si per eius quantitates, singulæ propositi exempli quãtitates solutæ fuerint. Hoc autem apparet in exẽplo præmisso ultimo, cuius quidem numeros characterum singulos, primò per numerum binarium, secundò deinde per tertiam unitatis partem solutos fuisse vides.

SIMILI MODO ET IN FRACTIONIBVS EXEMPLA PROPONI *possunt.*

$\frac{3}{4}$ *ra. valent* $\frac{4}{5}$, *quanti* $\frac{2}{3}$ *se.*   *Facit* $\frac{16}{45}\frac{N}{pri.}$

$\frac{2}{3}$ *ra. valent* $\frac{4}{9}\frac{pri.}{N}$ *quan.* $\frac{9}{13}\frac{N}{se.}$ *Facit* $\frac{6}{13}\frac{N}{pri.}$

NVNC DE AEQVATIONIBVS, QVAE IN SOLVENDIS EXEMPLIS, MVLTIfariam sese offerunt, dicendum erit.

AEquatio, vt hoc loco sumitur, prout etiam ipsius vocabuli ἔτυμον indicat, est, vbi duæ res vel quantitates inter se æquales esse proferũtur. Et quoniam per has Algebræ regulas obscura numerorum explicantur ænigmata, quæ quidẽ vbi secundum conditiones suas atq; hypotheses, per has regulas examinata fuerint, accidit tãdem, vt aliquot quantitates, vnà cùm suis numeris, inter se æquentur. Quæ quantitatum collatio, cum prima frõte obscura & minus perspicua appareat, vt planius, & clarioribus verbis, tanquam ob oculos, ponatur, necesse erit.

Proinde multæ licet sint æquationes ac infinitæ quodãmodo, cùm diuersæ propositorum ænigmatũ supputationes subinde aliam atq; aliam postulent, tres nihilominus tamen ex his, priores atq; etiam præcipuas (cùm quod nostra tractatio non plures requirat, tum etiam quod tribus ijs perceptis ac cognitis, facilè reliquas etiam constituere, & ijs commodè vti quispiã possit) in præsentia ordine describemus. EST ITAQVE PRIMA AEQVATIO, in qua vnius quantitatis vel characteris numerus vnius characteris numero æquatur. SECVNDA VERO ET TERTIA AEQVATIONES sunt, vbi tribus characteribus consignatis numeris, illic quidẽ naturali eorum ordine, hic verò iam vno, iam duobus vel pluribus, obseruato ordine interrupto, omißis characteribus, numeri duorum vni, vel contrà, vnius characteris numerus duobus æquatur. Et de his tribus nũc deinceps ordine dicemus, & primo quidem de processu æquationis primæ.

AEQVATIO PRIMA.

PRima æquatio est, vbi duæ quãtitates vel duo numeri, diuersis characteribus signati, inter se æquales esse proferuntur. Diuiditur in hac, vt regula de proportionibus præcipit, minoris vel debilioris characteris numerus, in numerũ characteris maioris seu potentioris. Quia autem numerus exiens modò ipsius radicis, modò quantitatis cuiusdam valorem exprimit, vbi radicis valorem expreßerit, quæstioni tum statim satisfactum erit, atq; omnia peracta. Quod si fuerit valor cuiusdam quantitatis, numeri exeuntis radix inuestiganda, atq; per inuestigatam illam tandem quaestioni respondendum erit. Huius autem aequationis demonstratio & fundamentũ est ipsa de Proportionibus regula, Radicum deinde inuentionis tractatio, vt quae ambo in communi numerorum supputatione plerumq; demonstrari solent.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

8	radices		16	N.		2
9	primae		18	ra.	quot vnitatibus aequatur	2
6	secundae	aequantur	24	pri.	vna radix. Facit	4
4	quintae quantitates.		12	quar.		3

Haec nunc per resolutionem examinari poterunt.

ALIA EXEMPLA.

8	primae		32	N		2
9	se.	aequantur	36	ra.	Facit vna radix	2
6	ter.		384	ra.		4
4	sex		108	ter.		3

ADHVC ALIA.

$8\frac{1}{2}$	pri.		34	N		2
$9\frac{1}{2}$	se.	aequantur	38	ra.	Facit vna radix	2
$6\frac{3}{4}$	ter.		432	ra.		4
$4\frac{2}{3}$	sexta.		126	ter.		3

Sic alia huius aequationis exempla praescribi possunt, atq; solui etiam, vt praecipitur.

SEQVVNTVR NVNC QVAEDAM AENIGMATA SEV QVAESTIONES, QVORVM solutiones, tandem hanc primam aequationem requirunt.

Primum. Inueniendus est numerus, à quo primò eius $\frac{1}{4}$, de residuo deinde $\frac{2}{5}$ subtractis, 13 tandem, vel 27 maneant.

Facit $28\frac{8}{9}$ vel 60

PRO HVIVS ATQVE ETIAM OMNIVM SEQVENtium, ac aliorum quæ fortè proponi possunt, exemplorum tractatione, sequitur Canon quidam generalis.

In omnibus exēplis quæ per has Algebrę regulas solui debēt, ὡς καθόλου, loco eius qui quæstioni satisfacere debeat numeri, Radix seu vna res, tanquam aliquid id esse de quo quæritur significans, ponenda est: ea deinde, ac si verus solutionis numerus esset, secundum exempli hypotheses examinata, in fine tandem id quod venire debeat, numerus scilicet quæstionis verus, sese offeret, quare duo æqualia inter se. Sed quia hoc quod vltimò venit, cùm propter insuitatos huius regulæ characteres quibus exprimitur, non tam perspicuum sit, vt promptè intelligi poßit, vlteriori operatione opus erit, quę nimirum per diuersos operationum canones absoluitur. Cuius rei exemplum esto tale.

Quis est numerus, cuius vna tertia quater sumpta, 11 faciat?

Hoc exemplum talem habet supputationem. Loco numeri, vt dictum est, cuius vna tertia, & reliqua, ponatur 1 radix. Et quia exemplum habet, cuius vna tertia quater sumpta, 11 faciat, de radice posita vna tertia accipiēda, atq; accepta, mox ea quater sumenda erit. Veniunt autem sic $\frac{4}{3}$ ra. quæ cum ex hypothesi 11 esse debeant, erit vnum alteri æquale, ex quo dicta est æquatio. Cadit autem in æquationem illam quæ iam descripta à nobis est. Numerus igitur characteris debilioris in numerum significantioris diuidēdus, ac per exeuntem tandem quæstioni respondendū erit. Veniunt autē $8\frac{1}{4}$, numerus de quo quærebatur. Quod nunc examinari potest in hunc modū.

EXEMPLI EXAMEN.

Numerus ille de quo quæstio erat, sunt $8\frac{1}{4}$. Et quia eius vna tertia, $2\frac{3}{4}$ scilicet quater sumpta, 11 faciūt, operatio bona est, verus etiā numerus inuētus

PROCESSV IGITVR NVNC, QVI GENERALITER *in omnibus exemplis seruari debet, præmisso, primò positi exempli operatio sic se habebit.*

Ponatur numerum illum de quo quæritur, esse			1.	ra.	*cuius nunc* $\frac{1}{4}$,
		nimirum	$\frac{1}{4}$.	ra.	*subtracta*
		manent	$\frac{3}{4}$.	ra.	*atq; de his tādē*
$\frac{2}{5}$	*eius,*	*quæ sunt*	$\frac{3}{10}$	ra.	*subtractis*
		manent	$\frac{9}{20}$	ra.	
13	*vel* 27 N		*æquales.*		

Facta igitur diuisione, vt praeceptum est, debilioris characteris numer in numerum characteris significantioris, veniunt radicum valores vt posit sunt, 28 $\frac{8}{9}$ scilicet respectu 13, 60 deinde respectu numeri 27. Quod nunci quidem de vtroq; probari seu examinari poterit.

EXEMPLVM SECVNDVM.

Diuidantur 40 in tres partes secundum rationem Subsuperbipartientem tertias continuatas.

Facit $7\frac{17}{49}$ $12\frac{12}{49}$ $20\frac{20}{49}$.

OPERATIO.

Esto	1	*ra.*	*prima*
quare	$1\frac{2}{3}$	*ra.*	*secunda*
ac	$2\frac{7}{9}$	*ra.*	*deinde, tertia pars erunt.*
Summa igitur	$5\frac{4}{9}$	*ra.*	*aequales* 40. N

POTEST OPERATIO ETIAM INSTITVI, INCI- *piendo à numero seu parte proportionali media, vel vltima etiam, si placeat, vt sequitur.*

Prima	$\frac{3}{5}$ *ra*		$\frac{9}{25}$ *ra.*			
Secunda	1 *ra.*		$\frac{3}{5}$ *ra.*			
Tertia pars	$1\frac{2}{3}$ *ra.*		1 *ra.*			
Summa	$3\frac{4}{15}$ *ra.*	*vel*	$1\frac{24}{25}$ *ra.*		*aequa.*	40 N

Tertium, *Diuidantur 40 in tres partes,*

Vt cum has, primam quidem in 4, secundam verò in 5, ac tertiam deinde in 6 diuisero, exeuntes numeri in Subsuperbipartiente tertias ratione continuentur.

Facit	*partes quidem*	$5\frac{25}{29}$	$11\frac{43}{87}$	$22\frac{86}{87}$
	numeri verò rationis	$1\frac{11}{29}$	$2\frac{26}{87}$	$3\frac{127}{261}$

Vel, vt cum has, primam quidem per 4 secundam verò per 5, ac tertiam deinde per 6 multiplicauero, producti numeri in Subsuperbipartiente tertias, seu si mauelis, in Dupla ratione continuentur.

Facit quantum ad ratio-

nem	3	*partes quidem*	$9\frac{63}{113}$	$12\frac{84}{113}$	$17\frac{79}{113}$
	5	*numeri verò ra.*	$38\frac{26}{113}$	$63\frac{88}{113}$	$106\frac{22}{113}$
	2	*partes quidem*	$25\frac{25}{47}$	$10\frac{10}{47}$	$4\frac{22}{47}$
	1	*numeri verò ra.*	$102\frac{6}{47}$	$51\frac{3}{47}$	$25\frac{25}{47}$

OPERATIO EXEMPLI QVANTVM AD DIVISIONEM.

	Diuisionis		*Rationis*			*Diuisionis*		*Rationis partes,*	
Prima	1	*ra.*	$\frac{1}{4}$	*ra.*		$\frac{6}{25}$	*ra.*	$\frac{1}{50}$	*ra.*
Secunda	$2\frac{1}{12}$	*ra.*	$\frac{5}{12}$	*ra.*	*vel*	$\frac{1}{2}$	*ra.*	$\frac{1}{10}$	*ra.*
Ter.pars.	$4\frac{1}{6}$	*ra.*	$\frac{25}{36}$	*ra.*		1	*ra.*	$\frac{1}{6}$	*ra.*

$7\frac{1}{4}$ *ra.* *vel* $1\frac{17}{50}$ *ra.* *Aequales* 40N. *&ca.*

OPERATIO EXEMPLI QVANTVM AD MVLTIPLICATIONEM.

	Ratio $\frac{3}{5}$				*Ratio* $\frac{2}{1}$			
Prima	1		4		1		4	
Secun.	$1\frac{2}{3}$	*ra.*	$6\frac{2}{3}$	*ra.*	$\frac{2}{5}$	*ra.*	2	*ra.*
Ter.pars	$1\frac{23}{27}$		$11\frac{1}{9}$		$\frac{1}{6}$		1	

Et veniunt

$4\frac{5}{27}$ *ra. aequa.* 40 N. *vel* $1\frac{17}{30}$ *ra.* *aequa.* 40 N.

4 *Grossus valet* 10 *nummulis,* 24 *verò grossi florinum constituunt. Aliquis nunc florinum permutans, tot pro eo grossos, quot nummulos cupiens, quaeritur quantum vtriusq; recipiat.*

Facit vtriusque recipiet & habebit $21\frac{9}{11}$

OPERATIO.

Vna radix gross. & 1 *ra. num. &ca.*

Veniunt, facta operatione, $\frac{11}{10}$ *ra. aequa.* 24 N.

5 *Est area quaedam quadrangularis, continens in superficie* 588 *areolas, inter se & toti similes. Quia autem huius areae longitudo ad latitudinem est, vt* 4 *ad* 3*: quanta ipsius longitudo, latitudo item fit, quaeritur.*

Facit longitudo quidem 28, *latitudo verò* 21.

OPERATIO.

Longitudo	1	*ra.*	*vel*	$1\frac{1}{3}$	*ra.*
Latitudo	$\frac{3}{4}$	*ra.*		1	*ra. &ca.*
veniunt	$\frac{3}{4}$	*pri.*	*vel*	$1\frac{1}{3}$	*pri. aequa.* 588 N.

6. *Dux in castris suo sub imperio habet aliquot mille milites. Quoniam autem exercitum quadrata figura tantae amplitudinis, quanta fieri possit, instruere conatur, primaq; instructione specie quadrata perfecta, residui manent* 284 *milites: quòd si in singulos ordines vnum duntaxat militem adiecisset, tum ei* 25 *ad absoluendam quadratam aciem defuissent. Quaeritur, igitur, quot sub se dux ille milites habuerit.*

Facit 24 *mille milites.*

OPERATIO.

1 *ra.*		1 *ra.* + 1 N
1 *pri.*		1 *pri.* + 2 *ra.* + 1 N
+ 284 N		— 25
1 *pri.* + 284 N	*æquales*	1 *pri.* + 2 *ra.* — 24 N.

ADMONITIO.

Hîc, licet duorum characterum numeri, tribus trium characterum numeris æquentur, sed quia characteres in diuersis ordinibus vnius sunt appellationis, per illas duas communes notitias, quarũ vna quidem est: Si æqualibus æqualia adiiciantur, quòd & tota æqualia sint. altera verò: Si ab æqualibus æqualia auferantur, quòd & reliqua sint æqualia: per additionem & ablationem huic succurritur. Erit itaque, hoc facto, huius æquationis exemplum, vt sequitur.

308 N *æquales* 2 *ra.*

Vna igitur radix, numerus scilicet militum vnius ordinis in prima acie, 154. *quare vniuersus militum numerus* 24000, *qui erat inueniendus.*

Potest huius exempli operatio, si placet, etiam sic institui.

1 *ra. in se.*		1 *ra.* — 1 N *in se.*
1 *pri.*		1 *pri.* + 1 N — 2 *ra.*
— 25 N		+ 284 N
quare 1 *pri.* — 25 N	*æqua.*	1 *pri.* + 285 N — 2 *ra.*

7. *Est numerus vnus ad alterum sesquiquartus. Quoniam autem de maiori* 8 *ablatis, minori verò numero* 8 *vel* 4 *additis, collectum ad residuum* $2\frac{1}{2}$ *rationem constituit, quínam sint illi duo numeri, quæritur.*

Facit, vbi quidem addun-

tur $\left\{\begin{array}{l} 8, \\ 4 \text{ verò}, \end{array}\right.$ $16\frac{8}{17}$ *maior,* $14\frac{2}{17}$ — $13\frac{3}{17}$ *verò minor*, $11\frac{5}{17}$

OPERATIO.

Numeri rationis 1 *ra.* $\frac{4}{5}$ *ra.* — *residuum* 1 *ra.* — 8 N — *colle.* $\frac{4}{5}$ *ra.* + $\left\{\begin{array}{l} 8 \\ 4 \end{array}\right.$ N

Quantitates proportionales,

$\frac{4}{5}$ *ra* + $\left\{\begin{array}{l} 8 \\ 4 \end{array}\right.$ N, 1 *ra.* — 8 N *vt* 5, 2. *Quare*

$$1\tfrac{1}{5}\ ra. + \left\{\begin{matrix}16\\8\end{matrix}\right.\ N\ \ aequal.\ \ 5\ ra. - 40\ N$$

8. *Numerus in tres partes diuisus est. Quoniam autem prima pars respectu diuisi, subsesquialteram: secunda verò, subduplam: ac tertia deinde, & ipsa respectu diuisi, postquam tamen 4 aliunde acceperit, subsesquitertiam rationem constituit, quantus sit ipse totus numerus, quantæ etiam singulæ partes, quæritur.*

Facit, Impoßibile, cùm tertia pars nihil sit, propterea quòd duabus prioribus totum & plus etiam conueniat.

	Totus quidem numerus			$4\frac{4}{11}$
Vel facit		*prima*	*secun.*	*tertia*
	Partes verò	$2\frac{10}{11}$	$2\frac{2}{11}$	$-\frac{8}{11}$

Id quod examinari potest in hunc modum:

Totus diuisus	*Partes verò* *prima*	*secunda*	*tertia*
$4\frac{4}{11}$	$2\frac{10}{11}$	$2\frac{2}{11}$	$-\frac{8}{11}$

Pars prima	*totus diui.*	*pars secun.*
$2\frac{10}{11}$	$4\frac{4}{11}$	$2\frac{2}{11}$
cum 3	*cum* 2	*bis*
$8\frac{8}{11}$	$8\frac{8}{11}$	$4\frac{4}{11}$

Aequales numeri, bene igitur. *Totus diuisus, bene igitur.*

$-\frac{8}{11}$ *Tertia pars.*		
$+\ 4$		
Sunt $3\frac{3}{11}$	$4\frac{4}{11}$	*Totus diuisus.*
cum 4	*cum* 3	
produ. $13\frac{1}{11}$	*produ.* $13\frac{1}{11}$	*Aequales numeri.*

Igitur bene operatum.

Quòd si loco rationis quam habet secunda pars ad totum, Subduplæ scilicet, Subquadrupla posita fuerit,

Veniet facta operatione,

Totus quidem numerus		6	
	Prima	*secun.*	*tertia.*
Partes verò	4	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

OPERATIO PARTIS PRIORIS.

Totus diuisus.	*Prima*	*secunda*	*tertia pars.*
1 ra.	$\frac{2}{3}$ ra.	$\frac{1}{2}$ ra	$\frac{3}{4}$ ra. — 4 N

Quare $1\frac{11}{12}$ ra. — 4 N *aequales* 1 *radici.*

Vel additis & subtractis, veniunt $\frac{11}{12}$ *ra. aequa.* 4 N, &c.

Potest etiam operatio aliter institui, si radix vna loco alicuius partis ponatur, sic.

Partes		*Partes*	
1 ra.		$1\frac{1}{3}$	
	Totus		*Totus*
$\frac{3}{4}$ ra.	$1\frac{1}{2}$ ra.	1 ra.	2 ra.
$1\frac{1}{8}$ ra. — 4 N		$1\frac{1}{2}$ ra. — 4 N	

Aequatio.

$1\frac{3}{8}$ ra. *aequa.* 4 N. *Item* $1\frac{5}{6}$ ra. *aequa.* 4 N.

OPERATIO PARTIS POSTERIORIS.

Totus diuisus				*Totus diui.*
	$\frac{2}{3}$ ra.		1 ra.	
1 ra.	$\frac{1}{4}$ ra.	*Vel*	$\frac{3}{8}$ ra.	$1\frac{1}{2}$ ra.
	$\frac{3}{4}$ ra — 4 N		$1\frac{1}{8}$ ra. — 4 N.	

9. *Sunt tres numeri, quorum primus & tertius noti,* 48 & 11, *medius ignotus. Quia verò, quam rationem habent primus & tertius inter se, illa eadem est & excessus primi super medium, ad excessum medij super numerum tertium, quantus ergo medius numerus sit, quaeritur.*

Facit $17\frac{53}{59}$ *quod probari potest.*

OPERATIO.

Primus	*medius*	*tertius.*
48	1 ra.	11
48 N — 1 ra.		1 ra. — 11 N.

Considerato iam, quae sint quantitates proportionales, quae deinde proportionalium quantitatum proprietas, veniunt vltimò.

59 ra. *aequa.* 1056 N, &c.

Sic inter	42		30		35
	$8\frac{2}{5}$	&	6	*medius est*	7
	$\frac{8}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{16}{29}$
	21		14,		$16\frac{4}{5}$

Sunt autem numeri medietatis Harmonicae.

10. *Sunt tres numeri, quorum primus & tertius noti, 48 & 11, vel 24 & 12 medius ignotus. Quia verò, quam rationem habent primus & tertius inter se, illa eadem est differentiæ medij & tertij ad differentiam primi & medij, quantus ergo medius numerus sit, quæritur.*

Facit 41 $\frac{6}{59}$ *vel* 20. *quod probari potest.*

11 *Diuidantur* 61 *in* 9 *vel* 6 *partes Arithmeticæ progressionis, & esto quòd prima pars, vel primus ac minimus numerus sint* 6, *qui sunt octo, vel quinque reliqui?*

Facit respectu quidem diuisionis

$$\text{in}\begin{cases}\text{nouem} & 6\frac{7}{36}.\ 6\frac{7}{18}.\ 6\frac{7}{12}.\ 6\frac{7}{9}.\ 6\frac{35}{36}.\ 7\frac{1}{6}.\ 7\frac{13}{36}.\ 7\frac{5}{9}.\\ \text{sex verò} & 7\frac{2}{3}\quad 9\frac{1}{3}\quad 11\quad 12\frac{2}{3}\quad 14\frac{1}{3}\end{cases}$$

OPERATIO.

6 N	*minimus nu.*	6 N	*minimus*
1 *ra.*	*excessus communis* vel	1 *ra.*	*max.nu.*
6 N + 8 *ra.*	*numerus vl.*	1 *ra* + 6 N	*aggregati dimidium.*
&c.			

Sic numerus 49 *diuisus, facta operatione veniunt, respectu quidem diuisionis eius in partes.*

nouem *Impossibile*

in sex verò 6 $\frac{13}{15}$. 7 $\frac{11}{15}$. 8 $\frac{3}{5}$. 9 $\frac{7}{15}$. 10 $\frac{1}{3}$

12 *Est quidam rex, sunt & principes, comites & milites, quot autem rex sub potestate sua habet principes, in duplo plures sub se comites habent singuli principes: in quadruplo verò plures sub se habent milites singuli comites. Quia verò militibus numeratis, inuenitur, quòd ducentesima eorum pars nonencuplam rationem ad numerum principum constituat: quot igitur nunc principes fuerint, quot item comites ac milites deinde, in dubium vocatur.*

	Principes	*Comites*	*Milites.*
Facit	15	450	27000

Quod secundum ænigmatis hypotheses examinari poterit.

OPERATIO.

Principum	*Comi.*	*Mili.*
Ponatur 1 *ra.*	& *erunt* 2 *pri.*	8 *verò secundæ*
	atque tandem	
$\frac{1}{25}$ *se.*	*æqualis*	9 *ra.*

13. *Est*

13. *Est ædificium quoddam παραλλήλως secundum quatuor eius latera extructum, cuius altitudo cum ad suam longitudinem Superbipartientem tertias, ad latitudinem verò, Duplam sesquialteram constituat rationem, altitudine deinde cum longitudine, ac producto tandē cum latitudine multiplicato, numerus 39930. vlnarum producatur, quantæ huius ædificij singulæ dimensiones fuerint, quæritur.*

Facit 55 *Altitudo,* 33 *Longi.* & 22 *Latitudo.*

OPERATIO.

Altitudo	1 *ra.*		$1\frac{2}{3}$		$2\frac{1}{2}$
Longi.	$\frac{3}{5}$	*vel*	1 *ra.*		$1\frac{1}{2}$
Latitu.	$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{3}$	*Vel*	1 *ra.*

Facta multiplicatione vt præcipitur, veniunt

$\frac{6}{25}$ *se.* *vel* $\frac{10}{9}$ *se.* *vel* $\frac{15}{4}$ *se.* *æquales* 39930 N.

14 *Murus, cuius longitudo quidem in* $3\frac{1}{2}$ *ad latitudinem, altitudo verò in quincupla ratione ad longitudinem constructus est, ab Artifice tandem* 980 *coronatis redimitur. Quoniam autem, cùm pro singulis virgis, vt dicitur, extruendis, tot coronati, quot ipse murus in latitudine virgas habet, expositi sint, quæ nam huius muri altitudo sit, longitudo item, ac latitudo etiam, quæritur.*

Facit 35 *Altitudo,* 7 *Longi.* & 2 *Latitudo.*

OPERATIO.

Altitudo	5	*vel*	1 *ra.*		$17\frac{1}{2}$
Longi.	1 *ra.*		$\frac{1}{5}$		$3\frac{1}{2}$
Latitudo	$\frac{2}{7}$		$\frac{2}{35}$	*vel*	1 *ra.*
	$\frac{10}{7}$ *se.*		$\frac{2}{175}$		$\frac{245}{4}$

Nunc quantum ad solutionem, dicendum est

Corona.

$$\text{Vlna } 1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{7} \\ \frac{2}{35} \text{ ra.} \\ 1 \end{array} \right. \text{ quanti } \left\{ \begin{array}{l} \frac{10}{7} \\ \frac{2}{175} \text{ se.} \\ \frac{245}{4} \end{array} \right. \text{ Facit} \left\{ \begin{array}{l} \frac{20}{49} \\ \frac{4}{6125} \text{ ter.} \quad \text{æ.} \quad 980 \text{ N} \\ \frac{245}{4} \end{array} \right.$$

15. *Diuidantur* 72 *in quatuor partes, quarum prima sit vna septima secundæ & tertiæ, secunda verò* $\frac{1}{5}$ *tertiæ & quartæ, tertia autem* $\frac{1}{2}$ *quartæ & primæ, quæritur de partibus* *Facit.*

Prima	*secunda*	*tertia*	*quarta pars,*
$4\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{4}$	36

EXEMPLA MVLTIPLICATIONIS.

$$\frac{2\ \textit{ra.}}{5\ \textit{pri.}}\ \textit{cum}\ \frac{8\ \mathrm{N}}{9} \qquad \textit{Item}\ \frac{6\ \textit{pri.} + 8\ \mathrm{N}}{9\ \textit{ra.}}\ \textit{cum}\ \frac{15\ \textit{ra.}}{8\ \mathrm{N}}$$

$$\textit{produ.}\ \frac{16\ \textit{ra.}}{45\ \textit{pri.}} \qquad \textit{pro.}\ \frac{15\ \textit{pri.} + 20\ \mathrm{N}}{12\ \mathrm{N}}$$

ALIVD EXEMPLVM.

$$\frac{7\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ \mathrm{N}}\ \textit{cum}\ \frac{4\ \textit{ter.} + 5\ \textit{ra.}}{7\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}$$

$$\textit{producuntur}\ \frac{4\ \textit{ter.} + 5\ \textit{ra.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ \mathrm{N}.}$$

ADHVC ALIVD.

$$28\ \textit{sex.} + 35\ \textit{ter.} - 32\ \textit{quin.} - 40\ \textit{se.}$$

$$\frac{7\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ \mathrm{N}} \qquad \textit{de} \qquad \frac{4\ \textit{ter.} + 5\ \textit{ra.}}{5\ \textit{se.} - 8\ \textit{pri.}}$$

$$15\ \textit{ter.} - 4\ \textit{se.} - 31\ \textit{pri.}$$

ALIVD.

$$\frac{7\ \textit{ter.} + 12\ \mathrm{N}}{8\ \textit{pri.}}\ \textit{cum}\ \frac{7\ \textit{ter.} - 12\ \mathrm{N}}{8\ \textit{pri.}}$$

$$\textit{produ.}\ \frac{49\ \textit{sep.} - 144\ \mathrm{N}}{64\ \textit{ter.}}$$

ADHVD ALIA.

$$\frac{7\ \textit{pri.}}{8\ \textit{ter.}}\ \textit{cũ}\ 4\ \textit{ra.}\ 8 - \mathrm{N}.\ \textit{Item}\ \frac{7\ \textit{pri.} + 8\ \textit{ra.}}{5\ \textit{se.} - 12.\mathrm{N}}\ \textit{cum}\ \frac{4\ \textit{ra.}}{5\ \textit{pri}} - 8\ \mathrm{N}.$$

$$\textit{produ.}\ \frac{7\ \textit{se.} - 14\ \textit{pri.}}{2\ \textit{ter.}}\ \textit{pro.}\ \frac{32\ \textit{pri.} - 280\ \textit{ter.} - 292\ \textit{se.}}{25\ \textit{quar.} - 60\ \textit{pri.}}$$

Est huius secundæ multiplicationis duplex operatio. Vna quidem, vt ante multiplicationem, — 8 N in multiplicante, ad eandem cum 4 radicibus reducantur denominationem. Erítque tum multiplicationis huius modus, qui est superiorum exemplorum. Altera verò, vt sicut duæ sunt in multiplicante diuersæ inter se quantitates, sic etiam duæ instituantur multiplicationes. Vna quidem cum $\frac{4\ \textit{ra.}}{5\ \textit{pri.}}$ *altera deinde cum — 8 N, & quod secũdò producetur, id à priori subtrahatur, & residuum productam ex multiplicatione minutiam manifestabit: id quod quiuis ex communi notitia deprehendere potest.*

EXEMPLA DIVISIONIS.

Diuidan. $\frac{2\ N}{3\ ra.}$ *in* $\frac{8\ ra.}{9\ pri.}$ *vel cont.* $\frac{8\ ra.}{9\ pri.}$ *in* $\frac{2\ N}{3\ ra.}$

exeunt in minimis $\frac{3}{4}$ N *exit* $1\frac{1}{3}$ N

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{15\ se. + 20\ ra.}{12\ ra.}$ *diuidantur in* $\frac{6\ pri. + 8\ N}{9\ ra.}$

exeunt $\frac{45\ se. + 60\ ra.}{24\ pri. + 32\ N}$

ALIVD EXEMPLVM.

$\frac{7\ se.}{2} \frac{14\ pri.}{ter.}$ *in* $\frac{7\ pri.}{8\ ter.}$ *exe.* 4 *ra.* — 8 N

Sic $\frac{7\ se. - 14.\ pri.}{2\ ter.}$ *in* 4 *ra.* — 8 N

exe. $\frac{7\ se. - 14\ pri.}{8\ qr. - 16\ ter.}$ *hoc est* $\frac{7\ se}{8\ ter.}$ *vel in minimis* $\frac{7\ N}{8\ pri.}$

REGVLA PROPORTIONVM.

Regulam de proportionibus, quæ nunc recto ordine sequi deberet, cùm quiuis partim ex communi ipsius descriptione, partim ex ijs quæ hactenus sunt commemorata, quomodo hæc in integris atq; etiam in fractionibus tractari debeat, facilè cognoscat: Lectori satis me facturum, vno duntaxat atq; altero exemplo sum opinatus.

EXEMPLA AVTEM SVNT
huiusmodi.

Primum, 6 N *alicuius rei valent* 3 *primis aureorum,* *quanti* 7 *ra.* + 1 *pri.* *eiusdem rei.*

Facit $\frac{7\ se + 1\ ter.}{2\ N}$

Secun. 6 *ra.* *valent* 9 *pri.* *aureorum, quantum emitur* 4 *se.* — 2. *ra.* *au.*

Facit $\frac{8\ pri. - 4\ N}{3\ N}$

Tertium, 3 *ra.* + 4 N *valent* 8 *se.* + 4 *pri.* *quanti* 8 *ter.* — 4 *ra.*

Facit $\dfrac{64\ \textit{sex.} + 32\ \textit{quin.} - 32\ \textit{ter.} - 16\ \textit{se.}}{3\ \textit{ra.} + 4\ N}$

Vel quantum emitur 8 *ter.* — 4 *ra. aure.*

Facit $\dfrac{6\ \textit{ter.} + 8\ \textit{se.} - 3\ \textit{ra.} - 4\ N}{2\ \textit{pri.} + 1\ \textit{ra}}$

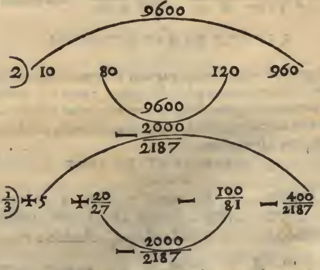
HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Quantitates proportionales, quantum ad partem priorem,

Prima, secunda, tertia, quarta,

8 *ra.* + 4 N, 8 *se.* + 4 *pri.*, 8 *ter.* — 4 *ra.*, $\dfrac{64\ \textit{sex.} + \&ca.}{3\ \textit{ra.}}$

RESOLVTAE SECVNDVM VALORES QVANTITATVM.

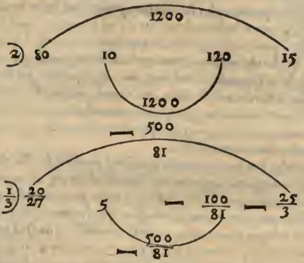


Quantitates proportionales, quantum ad partem posteriorem.

Prima, secunda, tertia, quarta,

8 *se.* + 4 *pri.*, 3 *ra.* + 4 N, 8 *ter.* — 4 *ra.*, $\dfrac{6\ \textit{ter.} + 8\ \textit{se.}\ \&ca.}{2\ \textit{pri.}}$

RESOLVTAE SECVNDVM VALORES QVANTITATVM.



PROBATIO SEV EXAMEN.

Probantur huius regulæ exempla per numerum loco radicis pro arbitrio ſumptum, ſi per eius quantitates, ſingulæ propoſiti exempli quãtitates ſolutæ fuerint. Hoc autem apparet in exẽplo præmiſſo vltimo, cuius quidem numeros characterum ſingulos, primò per numerum binarium, ſecundò deinde per tertiam vnitatis partem ſolutos fuiſſe vides.

SIMILI MODO ET IN FRACTIONIBVS EXEMPLA PROPONI *poſſunt.*

$\frac{3}{4}$ *ra. valent* $\frac{4}{5}$, *quanti* $\frac{2}{3}$ *ſe.* *Facit* $\frac{16}{45}\ \frac{N}{pri.}$

$\frac{2}{3}$ *ra. valent* $\frac{4}{9}\ \frac{pri.}{N}$ *quan.* $\frac{9}{13}\ \frac{N}{ſe.}$ *Facit* $\frac{6}{13}\ \frac{N}{pri.}$

NVNC DE AEQVATIONIBVS, QVAE IN SOLVENDIS EXEMPLIS, MVLTIfariam ſeſe offerunt, dicendum erit.

AEquatio, vt hoc loco ſumitur, prout etiam ipſius vocabuli ἴσωμα indicat, eſt, vbi duæ res vel quantitates inter ſe æquales eſſe proferũtur. Et quoniam per has Algebræ regulas obſcura numerorum explicantur ænigmata, quæ quidẽ vbi ſecundum conditiones ſuas atq; hypotheſes, per has regulas examinata fuerint, accidit tãdem, vt aliquot quantitates, vnà cùm ũis numeris, inter ſe æquentur. Quæ quantitatum collatio, cum prima frõte obſcura & minus perſpicua appareat, vt planius, & clarioribus verbis, tanquam ob oculos, ponatur, neceſſe erit.

Proinde multæ licet ſint æquationes ac infinitæ quodãmodo, cùm diuerſæ propoſitorum ænigmatũ ſupputationes ſubinde aliam atq; aliam poſtulent, tres nihilominus tamen ex his, priores atq; etiam præcipuas (cùm quod noſtra tractatio non plures requirat, tum etiam quod tribus ijs perceptis ac cognitis, facilè reliquas etiam conſtituere, & ijs commodè vti quiſpiã poſſit) in præſentia ordine deſcribemus. EST ITAQVE PRIMA AEQVATIO, in qua vnius quantitatis vel characteris numerus vnius characteris numero æquatur. SECVNDA VERO ET TERTIA AEQVATIONES ſunt, vbi tribus characteribus conſignatis numeris, illic quidẽ naturali eorum ordine, hic verò iam vno, iam duobus vel pluribus, obſeruato ordine interrupto, omiſsis characteribus, numeri duorum vni, vel contrà, vnius characteris numerus duobus æquatur. Et de his tribus nũc deinceps ordine dicemus, & primo quidem de proceſſu æquationis primæ.

AEQVATIO PRIMA.

PRima æquatio eſt, vbi duæ quãtitates vel duo nũmeri, diuerſis characteribus ſignati, inter ſe æquales eſſe proferuntur. Diuiditur in hac, vt regula de proportionibus præcipit, minoris vel debilioris characteris numerus, in numerũ characteris maioris ſeu potentioris. Quia autem numerus exiens modò ipſius radicis, modò quantitatis cuiuſdam valorem exprimit, vbi radicis valorem expreſſerit, quæſtioni tum ſtatim ſatisfactum erit, atq; omnia *peracta. Quod si fuerit valor cuiusdam quantitatis, numeri exeuntis radix inuestiganda, atq; per inuestigatam illam tandem quaestioni respondendum erit. Huius autem aequationis demonstratio & fundamentũ est ipsa de Proportionibus regula, Radicum deinde inuentionis tractatio, vt quae ambo in communi numerorum supputatione plerunq; demonstrari solent.*

SEQVVNTVR EXEMPLA.

8	*radices*		16	N.		2
9	*primae*		18	*ra.*	*quot vnitatibus aequatur*	2
6	*secundae*	*aequantur*	24	*pri.*	*vna radix. Facit*	4
4	*quintae quantitates.*		12	*quar.*		3

Haec nunc per resolutionem examinari poterunt.

ALIA EXEMPLA.

8	*primae*		32	N		2
9	*se.*	*aequantur*	36	*ra.*	*Facit vna radix*	2
6	*ter.*		384	*ra.*		4
4	*sex*		108	*ter.*		3

ADHVC ALIA.

$8\frac{1}{2}$	*pri.*		34	N		2
$9\frac{1}{2}$	*se.*	*aequantur*	38	*ra.*	*Facit vna radix*	2
$6\frac{3}{4}$	*ter.*		432	*ra.*		4
$4\frac{2}{3}$	*sexta.*		126	*ter.*		3

Sic alia huius aequationis exempla praescribi possunt, atq; solui etiam, vt praecipitur.

SEQVVNTVR NVNC QVAEDAM AENIGMATA SEV QVAESTIONES, QVORVM *solutiones, tandem hanc primam aequationem requirunt.*

Primum. *Inueniendus est numerus, à quo primò eius $\frac{1}{4}$, de residuo deinde $\frac{2}{5}$ subtractis, 13 tandem, vel 27 maneant.*

Facit $28\frac{8}{9}$ *vel* 60

Facta igitur diuisione, vt preceptum est, debilioris characteris numer in numerum characteris significantioris, veniunt radicum valores vt posit sunt, 28 $\frac{8}{9}$ scilicet respectu 13, 60 deinde respectu numeri 27. Quod nunci quidem de vtroq; probari seu examinari poterit.

EXEMPLVM SECVNDVM.

Diuidantur 40 *in tres partes secundum rationem Subsuperbipartientem tertias continuatas.*

Facit $7\frac{17}{49}$ $12\frac{12}{49}$ $20\frac{20}{49}$.

OPERATIO.

Esto	1	*ra.*	*prima*
quare	$1\frac{2}{3}$	*ra.*	*secunda*
ac	$2\frac{7}{9}$	*ra.*	*deinde, tertia pars erunt.*
Summa igitur	$5\frac{4}{9}$	*ra.*	*aequales* 40. N

POTEST OPERATIO ETIAM INSTITVI, INCI- *piendo à numero seu parte proportionali media, vel vltima etiam, si placeat, vt sequitur.*

Prima	$\frac{3}{5}$ *ra*		$\frac{9}{25}$ *ra.*		
Secunda	1 *ra.*		$\frac{3}{5}$ *ra.*		
Tertia pars	$1\frac{2}{3}$ *ra.*		1 *ra.*		
Summa	$3\frac{4}{15}$ *ra.*	*vel*	$1\frac{24}{25}$ *ra.*	*aequa.*	40 N

Tertium, *Diuidantur* 40 *in tres partes,*

Vt cum has, primam quidem in 4, *secundam verò in* 5, *ac tertiam deinde in* 6 *diuisero, exeuntes numeri in Subsuperbipartiente tertias ratione continuentur.*

Facit	*partes quidem*	$5\frac{15}{29}$	$11\frac{43}{87}$	$22\frac{86}{87}$
	numeri verò rationis	$1\frac{11}{29}$	$2\frac{26}{87}$	$3\frac{217}{261}$

Vel, vt cum has, primam quidem per 4 *secundam verò per* 5, *ac tertiam deinde per* 6 *multiplicauero, producti numeri in Subsuperbipartiente tertias, seu si mauelis, in Dupla ratione continuentur.*

Facit quantum ad ratio-

nem	3 / 5	*partes quidem*	$9\frac{63}{113}$	$12\frac{84}{113}$	$17\frac{79}{113}$
		numeri verò ra.	$38\frac{26}{113}$	$63\frac{81}{113}$	$106\frac{22}{113}$
	2 / 1	*partes quidem*	$25\frac{25}{47}$	$10\frac{10}{47}$	$4\frac{12}{47}$
		numeri verò ra.	$102\frac{6}{47}$	$51\frac{3}{47}$	$25\frac{25}{47}$

OPERATIO EXEMPLI QVANTVM AD DIVISIONEM.

	Diuisionis		*Rationis*			*Diuisionis*		*Rationis partes,*	
Prima	1	*ra.*	$\frac{1}{4}$	*ra.*		$\frac{6}{25}$	*ra.*	$\frac{1}{50}$	*ra.*
Secunda	$2\frac{1}{12}$	*ra.*	$\frac{5}{12}$	*ra.*	*vel*	$\frac{1}{2}$	*ra.*	$\frac{1}{10}$	*ra.*
Ter.pars.	$4\frac{1}{6}$	*ra.*	$\frac{25}{36}$	*ra.*		1	*ra.*	$\frac{1}{6}$	*ra.*
	$7\frac{1}{4}$	*ra.*		*vel*	$1\frac{17}{50}$	*ra.*	*Aequales*	40N.	*&ca.*

OPERATIO EXEMPLI QVANTVM AD MVLTIPLICATIONEM.

	Ratio $\frac{3}{5}$				*Ratio* $\frac{2}{1}$			
Prima	1		4		1		4	
Secun.	$1\frac{1}{3}$	*ra.*	$6\frac{2}{3}$	*ra.*	$\frac{2}{5}$	*ra.*	2	*ra.*
Ter.pars	$1\frac{23}{27}$		$11\frac{1}{9}$		$\frac{1}{6}$		1	

Et veniunt

$4\frac{5}{27}$ *ra.æqua.* 40 N. *vel* $1\frac{17}{30}$ *ra. æqua.* 40 N.

4 *Grossus valet 10 nummulis, 24 verò grossi florinum constituunt. Aliquis nunc florinum permutans, tot pro eo grossos, quot nummulos cupiens, quæritur quantum vtriusq; recipiat.*

Facit vtrusque recipiet & habebit $21\frac{9}{11}$

OPERATIO.

Vna radix groß. & 1 *ra. num. &ca.*

Veniunt, facta operatione, $\frac{11}{10}$ *ra. æqua.* 24 N.

5 *Est area quædam quadrangularis, continens in superficie 588 areolas, inter se & toti similes. Quia autem huius areæ longitudo ad latitudinem est, vt 4 ad 3: quanta ipsius longitudo, latitudo item sit, quæritur.*

Facit longitudo quidem 28, latitudo verò 21.

OPERATIO.

Longitudo	1	*ra.*	*vel*	$1\frac{1}{3}$	*ra.*
Latitudo	$\frac{3}{4}$	*ra.*		1	*ra. &ca.*
veniunt	$\frac{3}{4}$	*pri.*	*vel* $1\frac{1}{3}$		*pri. æqua.* 588 N.

6. *Dux in castris suo sub imperio habet aliquot mille milites. Quoniam autem exercitum quadrata figura tantæ amplitudinis, quanta fieri poßit, instruere conatur, primaq; instructione specie quadrata perfecta, residui manent 284 milites: quòd si in singulos ordines vnum duntaxat militem adiecisset, tum ei 25 ad absoluendam quadratam aciem defuissent. Quæritur, igitur, quot sub se dux ille milites habuerit.*

Facit 24 *mille milites.*

OPERATIO.

1 *ra.*		1 *ra.* + 1 N
1 *pri.*		1 *pri.* + 2 *ra.* + 1 N
+ 284 N		— 25
1 *pri.* + 284 N	*æquales*	1 *pri.* + 2 *ra.* — 24 N.

ADMONITIO.

Hîc, licet duorum characterum numeri, tribus trium characterum numeris æquentur, sed quia characteres in diuersis ordinibus vnius sunt appellationis, per illas duas communes notitias, quarũ vna quidem est: Si æqualibus æqualia adiiciantur, quòd & tota æqualia sint. altera verò: Si ab æqualibus æqualia auferantur, quòd & reliqua sint æqualia: per additionem & ablationem huic succurritur. Erit itaque, hoc facto, huius æquationis exemplum, vt sequitur.

308 N *æquales* 2 *ra.*

Vna igitur radix, numerus scilicet militum vnius ordinis in prima acie, 154. *quare vniuersus militum numerus* 24000, *qui erat inueniendus.*

Potest huius exempli operatio, si placet, etiam sic institui.

1 *ra. in se.*		1 *ra.* — 1 N *in se.*
1 *pri.*		1 *pri.* + 1 N — 2 *ra.*
— 25 N		+ 284 N
quare 1 *pri.* — 25 N	*æqua.*	1 *pri.* + 285 N — 2 *ra.*

7. *Est numerus vnus ad alterum sesquiquartus. Quoniam autem de maiori* 8 *ablatis, minori verò numero* 8 *vel* 4 *additis, collectum ad residuum* $2\frac{1}{2}$ *rationem constituit, quínam sint illi duo numeri, quæritur.*

Facit, vbi quidem addun-

tur $\begin{cases} 8, & 16\frac{8}{17} \textit{ maior,} \quad 13\frac{3}{17} \textit{ verò minor} \\ 4 \textit{ verò,} & 14\frac{2}{17} \quad\quad 11\frac{5}{17} \end{cases}$

OPERATIO.

Numeri rationis	*residuum*	*colle.*
1 *ra.* $\frac{4}{5}$ *ra.*	1 *ra.* — 8 N	$\frac{4}{5}$ *ra.* + $\left\{\begin{matrix} 8 \\ 4 \end{matrix}\right.$ N

Quantitates proportionales,

$\frac{4}{5}$ *ra* + $\left\{\begin{matrix} 8 \\ 4 \end{matrix}\right.$ N, 1 *ra.* — 8 N *vt* 5, 2. *Quare*

$$1\tfrac{1}{5}\ ra. + \left\{\begin{matrix}16\\8\end{matrix}\right.\ N\ \ \text{æqual.}\ \ 5\ ra. - 40\ N$$

8. *Numerus in tres partes diuisus est. Quoniam autem prima pars respectu diuisi, subsesquialteram: secunda verò, subduplam: ac tertia deinde, & ipsa respectu diuisi, postquam tamen 4 aliunde acceperit, subsesquitertiam rationem constituit, quantus sit ipse totus numerus, quantæ etiam singulæ partes, quæritur.*

Facit, Impoßibile, cùm tertia pars nihil sit, propterea quòd duabus prioribus totum & plus etiam conueniat.

	Totus quidem numerus			$4\frac{4}{11}$
Vel facit		*prima*	*secun.*	*tertia*
	Partes verò	$2\frac{10}{11}$	$2\frac{2}{11}$	$-\frac{8}{11}$

Id quod examinari potest in hunc modum:

Totus diuisus	*Partes verò* *prima*	*secunda*	*tertia*
$4\frac{4}{11}$	$2\frac{10}{11}$	$2\frac{2}{11}$	$-\frac{8}{11}$

Pars prima	*totus diui.*	*pars secun.*
$2\frac{10}{11}$	$4\frac{4}{11}$	$2\frac{2}{11}$
cum 3	*cum* 2	*bis*
$8\frac{8}{11}$	$8\frac{8}{11}$	$4\frac{4}{11}$

Æquales numeri, bene igitur. *Totus diuisus, bene igitur.*

$-\ \frac{8}{11}$ *Tertia pars.*

$+\ 4$

sunt 3 $3\frac{3}{11}$	$4\frac{4}{11}$	*Totus diuisus.*
cum 4	*cum* 3	
produ. $13\frac{1}{11}$	*produ.* $13\frac{1}{11}$	*Æquales numeri.*

Igitur bene operatum.

Quòd si loco rationis quam habet secunda pars ad totum, Subduplæ scilicet, Subquadrupla posita fuerit,

Veniet facta operatione,

Totus quidem numerus		6	
	Prima	*secun.*	*tertia.*
Partes verò	4	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

OPERATIO PARTIS PRIORIS.

Totus diuisus.	*Prima*	*secunda*	*tertia pars.*
1 *ra.*	$\frac{2}{3}$ *ra.*	$\frac{1}{2}$ *ra*	$\frac{3}{4}$ *ra.* — 4 N

Quare $1\frac{11}{12}$ *ra.* — 4 N *aequales* 1 *radici.*

Vel additis & subtractis, veniunt $\frac{11}{12}$ *ra. aequa.* 4 N, &c.

Potest etiam operatio aliter institui, si radix vna loco alicuius partis ponatur, sic.

Partes	*Totus*	*Partes*	*Totus*
1 *ra.*		$1\frac{1}{3}$	
$\frac{3}{4}$ *ra.*	$1\frac{1}{2}$ *ra.*	1 *ra.*	2 *ra.*
$1\frac{3}{8}$ *ra.* — 4 N		$1\frac{1}{2}$ *ra.* — 4 N	

Aequatio.

$1\frac{3}{8}$ *ra. aequa.* 4 N. *Item* $1\frac{5}{6}$ *ra. aequa.* 4 N.

OPERATIO PARTIS POSTERIORIS.

Totus diuisus		*Vel*		*Totus diui.*
	$\frac{2}{3}$ *ra.*		1 *ra.*	
1 *ra.*	$\frac{1}{4}$ *ra.*		$\frac{3}{8}$ *ra.*	$1\frac{1}{2}$ *ra.*
	$\frac{3}{4}$ *ra* — 4 N		$1\frac{1}{8}$ *ra.* — 4 N.	

9. *Sunt tres numeri, quorum primus & tertius noti,* 48 & 11, *medius ignotus. Quia verò, quam rationem habent primus & tertius inter se, illa eadem est & excessus primi super medium, ad excessum medij super numerum tertium, quantus ergo medius numerus sit, quaeritur.*

Facit $17\frac{53}{59}$ *quod probari potest.*

OPERATIO.

Primus	*medius*	*tertius.*
48	1 *ra.*	11
48 N — 1 *ra.*		1 *ra.* — 11 N.

Considerato iam, quae sint quantitates proportionales, quae deinde proportionalium quantitatum proprietas, veniunt vltimò.

59 *ra. aequa.* 1056 N, &c.

Sic inter	42		30		35
	$8\frac{2}{5}$	&	6	*medius est*	7
	$\frac{8}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{16}{29}$
	21		14,		$16\frac{4}{5}$

Sunt autem numeri medietatis Harmonicae.

10. *Sunt tres numeri, quorum primus & tertius noti, 48 & 11, vel 24 & 12 medius ignotus. Quia verò, quam rationem habent primus & tertius inter se, illa eadem est differentia medij & tertij ad differentiam primi & medij, quantus ergo medius numerus sit, quæritur.*

Facit $41\frac{6}{59}$ *vel* 20. *quod probari potest.*

11 *Diuidantur* 61 *in* 9 *vel* 6 *partes Arithmeticæ progressionis, & esto quòd prima pars, vel primus ac minimus numerus sint* 6, *qui sunt octo, vel quinque reliqui?*

Facit respectu quidem diuisionis

in { *nouem* $6\frac{7}{36}$. $6\frac{7}{18}$. $6\frac{7}{12}$. $6\frac{7}{9}$. $6\frac{35}{36}$. $7\frac{1}{6}$. $7\frac{13}{36}$. $7\frac{5}{9}$.
{ *sex verò* $7\frac{2}{3}$ $9\frac{1}{3}$ 11 $12\frac{2}{3}$ $14\frac{1}{3}$

OPERATIO.

6 N	*minimus nu.*		6 N	*minimus*
1 *ra.*	*excessus communis*	*vel*	1 *ra.*	*max.nu.*
6 N + 8 *ra.*	*numerus vl.*		1 *ra* + 6 N	*aggregati dimidium.*
&c.				

Sic numerus 49 *diuisus, facta operatione veniunt, respectu quidem diuisionis eius in partes.*

nouem *Impossibile*

in sex verò $6\frac{13}{15}$. $7\frac{11}{15}$. $8\frac{3}{5}$. $9\frac{7}{15}$. $10\frac{1}{3}$

12 *Est quidam rex, sunt & principes, comites & milites, quot autem rex sub potestate sua habet principes, in duplo plures sub se comites habent singuli principes: in quadruplo verò plures sub se habent milites singuli comites. Quia verò militibus numeratis, inuenitur, quòd ducentesima eorum pars nonencuplam rationem ad numerum principum constituat: quot igitur nunc principes fuerint, quot item comites ac milites deinde, in dubium vocatur.*

	Principes	*Comites*	*Milites.*
Facit	15	450	27000

Quod secundum ænigmatis hypotheses examinari poterit.

OPERATIO.

Principum	*Comi.*	*Mili.*
Ponatur 1 *ra.*	*& erunt* 2 *pri.*	8 *verò secundæ*
	atque tandem	
$\frac{1}{25}$ *se.*	*æqualis*	9 *ra.*

13. *Est*

13. *Est ædificium quoddam παραλλήλως secundum quatuor eius latera extructum, cuius altitudo cum ad suam longitudinem Superbipartientem tertias, ad latitudinem verò, Duplam sesquialteram constituat rationem, altitudine deinde cum longitudine, ac producto tandē cum latitudine multiplicato, numerus* 39930. *vlnarum producatur, quantæ huius ædificij singulæ dimensiones fuerint, quæritur.*

Facit 55 *Altitudo,* 33 *Longi.* & 22 *Latitudo.*

OPERATIO.

Altitudo	1 *ra.*		$1\frac{2}{3}$		$2\frac{1}{2}$
Longi.	$\frac{3}{5}$	*vel*	1 *ra.*		$1\frac{1}{2}$
Latitu.	$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{3}$	*Vel*	1 *ra.*

Facta multiplicatione vt præcipitur, veniunt

$\frac{6}{25}$ *se.* *vel* $\frac{10}{9}$ *se.* *vel* $\frac{15}{4}$ *se.* *æquales* 39930 N.

14 *Murus, cuius longitudo quidem in* $3\frac{1}{2}$ *ad latitudinem, altitudo verò in quincupla ratione ad longitudinem constructus est, ab Artifice tandem* 980 *coronatis redimitur. Quoniam autem, cùm pro singulis virgis, vt dicitur, extruendis, tot coronati, quot ipse murus in latitudine virgas habet, expositi sint, quæ nam huius muri altitudo sit, longitudo item, ac latitudo etiam, quæritur.*

Facit 35 *Altitudo,* 7 *Longi.* & 2 *Latitudo.*

OPERATIO.

Altitudo	5	*vel*	1 *ra.*		$17\frac{1}{2}$
Longi.	1 *ra.*		$\frac{1}{5}$		$3\frac{1}{2}$
Latitudo	$\frac{2}{7}$		$\frac{2}{35}$	*vel*	1 *ra.*
	$\frac{10}{7}$ *se.*		$\frac{2}{175}$		$\frac{245}{4}$

Nunc quantum ad solutionem, dicendum est

Corona.

$$\text{Vlna } 1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{7} \\ \frac{2}{35} \text{ ra.} \\ 1 \end{array} \right. \text{ quanti } \left\{ \begin{array}{l} \frac{10}{7} \\ \frac{2}{175} \text{ se.} \\ \frac{245}{4} \end{array} \right. \text{ Facit } \left\{ \begin{array}{l} \frac{20}{49} \\ \frac{4}{6125} \text{ ter. } \ \text{æ. } 980 \text{ N} \\ \frac{245}{4} \end{array} \right.$$

15. *Diuidantur* 72 *in quatuor partes, quarum prima sit vna septima secundæ & tertiæ, secunda verò* $\frac{2}{5}$ *tertiæ & quartæ, tertia autem* $\frac{1}{2}$ *quartæ & primæ, quæritur de partibus* *Facit.*

Prima	*secunda*	*tertia*	*quarta pars,*
$4\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{4}$	36

OPERATIO.

Ponatur primam partem esse 1 radicem, erunt ergo secunda & tertia partes simul 7 radices, ac quarta deinde id quod est reliquum, nimirum 72 N — 8 ra. sic.

Prima	*secunda & tertia*	*quarta.*
1 *ra.*	7 *ra.*	72 N 8 *ra.*

Et quoniam ex hypothesi, secunda pars est tertiæ & quartæ partium vna quinta: partes coniungendo, erit hæc eadem secunda omnium trium, hoc est secundæ tertiæ & quartæ partium, vna sexta. Ex harum igitur aggregato, quod est 72 N — 1 ra, vna sexta sumpta, per eam quanta secunda pars sola sit, manifestabitur. Quæ quidem cum sit iam nota, & tertia per subtractionem nota erit. Partes igitur singulæ, vt sequitur.

Prima	*secunda*	*tertia*	*quarta*
1 *ra.*	12 N — $\frac{1}{6}$ *ra.*	7 $\frac{1}{6}$ *ra.* — 12 N	72 N — 8 *ra.*

Rursus quoniam etiam, & id ex hypothesi, tertia pars ipsarum quartæ & primæ partium dimidium est: sequitur hanc eandem tertiam bis sumptam, quartæ & primæ partibus simul sumptis, vel si mavis, hanc tertiam solùm, eius quod ex quarta & prima colligitur dimidio, æqualem esse. Aequatio igitur, vt sequitur.

14 $\frac{1}{3}$ *ra.* — 24 N   *æqual.*   72 N. — 7 *ra.*

in minimis 21 $\frac{1}{3}$ *ra.* *æqual.* 96 N.

vel 7 $\frac{1}{6}$ *ra.* — 12 N   *æqual.*   36 N — 3 $\frac{1}{2}$ *ra.*

in minimis 10 $\frac{2}{3}$ *ra.* *æqual.* 48 N.

Sic 90, vnitas, ac quilibet numeri alij, Fractiones etiam, eadem ratione diuidi possunt.

Sunt autem partes, respectu quidem

	Prima	*secunda*	*tertia*		*quarta.*
90	5 $\frac{5}{8}$	14 $\frac{1}{16}$	25 $\frac{5}{16}$	&	45
Vnitatis verò,	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{9}{32}$	&	$\frac{1}{2}$

16. *Tres negociatores societatem ineuntes, contulerunt 170 aureos. Primus itaque cum sua pecunia collata huic contractui interesse vult 3 mensibus, secundus 6, tertius 8. Nunc si hac communi pecunia, tantùm hoc temporis spacio lucrifecerint, vt sors cum lucro perficiat summam 375 aureorum, atque primo 75, secundo verò 200 aurei, & tertio deinde quod reliquum est tribuatur, quæritur quantánam vniuscuiusque sors, siue à singulis collata pecunia fuerit.*

Facit

Primi 60. *secundi* 80. *tertij* 30. *aurei.*

OPERATIO.

	Tempus	*accepta*	*collata pecunia.*
Primi	3.	75	1 *ra.*
Secundi	6.	200	$1\frac{1}{3}$ *ra.*
Tertij	8.	100	$\frac{1}{2}$ *ra. atq;*

tandem $2\frac{5}{6}$ *ra. æquales* 170 N.

17. *Propositum est diuidere* 91, 27 *vel* 118 *in quatuor partes.*

Primò, secundum rationes $1\frac{1}{2}$, *duplam & subsesquitertiam, quæritur quænam sint partes futuræ.*

OPERATIO.		91	27	118
1 *ra.*	*Facit*	$37\frac{5}{22}$	$11\frac{1}{22}$	$48\frac{3}{11}$
$\frac{2}{3}$		$24\frac{9}{11}$	$7\frac{4}{11}$	$32\frac{2}{11}$
$\frac{1}{3}$		$12\frac{9}{22}$	$3\frac{15}{22}$	$16\frac{1}{11}$
$\frac{4}{9}$		$16\frac{6}{11}$	$4\frac{10}{11}$	$21\frac{5}{11}$
$2\frac{4}{9}$ *ra.*	*æqua.*	91,	27 *vel*	118 N.

Vel secundo, secundum rationem $1\frac{1}{2}$ *seu* $2\frac{2}{3}$ *continuatam,*

		91	27	118
Facit secundum rationem.	$1\frac{1}{2}$ *quidē*	$37\frac{4}{5}$	$11\frac{14}{65}$	$49\frac{1}{65}$
		$25\frac{1}{5}$	$7\frac{31}{65}$	$32\frac{44}{65}$
		$16\frac{4}{5}$	$4\frac{64}{65}$	$21\frac{51}{65}$
		$11\frac{1}{5}$	$3\frac{21}{65}$	$14\frac{34}{65}$
	$2\frac{2}{3}$ *verò*	$58\frac{18}{803}$	$17\frac{173}{803}$	$75\frac{191}{803}$
		$21\frac{609}{803}$	$6\frac{366}{803}$	$28\frac{172}{803}$
		$8\frac{228}{803}$	$2\frac{338}{803}$	$10\frac{466}{803}$
		$3\frac{48}{830}$	$0\frac{729}{803}$	$3\frac{777}{803}$

OPERATIO

1 *ra.*					
$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{8}$		AEQVATIO	91
$\frac{4}{9}$	*ra.*	$\frac{9}{64}$ *ra.*	$2\frac{11}{27}$ *ra. vel*	$1\frac{291}{512}$ *ra. æqua.*	27 N.
$\frac{8}{27}$		$\frac{27}{512}$			118

E ij

Vel tertiò, vt primæ parti 4, secūdæ deinde 3 additis, à tertia verò parte, 2, ac quarta deinde, vnitate subtracta, aggregati tandem & residui numeri subduplam rationem continuatam, vel subduplam, subquadruplam, & $1\frac{2}{3}$ rationes habeant. Quæritur &cæ. Facit

quantum ad rationem subduplam continuatam,

Respectu quidem	91	27 *verò,*	*ac* 118 *deinde*
prima pars	$2\frac{1}{3}$	$-1\frac{14}{15}$	$4\frac{2}{15}$
Secunda	$9\frac{2}{3}$	*Impossibi-* $1\frac{2}{15}$	$13\frac{4}{15}$
Tertia	$27\frac{1}{3}$	*le, vel* $10\frac{4}{15}$	$34\frac{8}{15}$
Quarta dēīde	$51\frac{2}{3}$	$17\frac{8}{15}$	$66\frac{1}{15}$

Quantum ad rationes subduplam, subquadruplam, & $1\frac{2}{3}$

Respectu quidem	91	27	118
Prima pars	$1\frac{10}{17}$	$-2\frac{3}{17}$	$3\frac{3}{17}$
Secunda	$8\frac{3}{17}$	*Impossibile* $+0\frac{11}{17}$	$11\frac{6}{17}$
Tertia	$46\frac{12}{17}$	*vel* $+16\frac{10}{17}$	$59\frac{7}{17}$
Quar. deinde	$34\frac{9}{17}$	$+11\frac{16}{17}$	$44\frac{1}{17}$

OPERATIO.

Sit prima pars	1 *ra.*	*Vel*	1 *ra.*
secunda igitur	2 *ra.* + 5 N		2 *ra.* + 5 N
tertia verò	4 *ra.* + 18 N		8 *ra.* + 34 N
ac quarta deinde	8 *ra.* + 33 N		6 *ra.* + 25 N

Aequatio igitur quantum ad

primum 15 *ra.* + 56 N

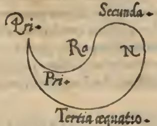
æqual. 91. 27. 118 N

secun. 17 *ra.* + 64 N

AEQVATIO SECVNDA.

Secunda æquatio est, vbi tres numeri tribus diuersis, continuatis tamen, characteribus signati, duo vni, vel vnus item duobus æqualis esse profertur. Hæc æquatio quia tripliciter variari potest, cum aut duo maiores minimo, aut duo minores maximo, aut verò maximus & minimus, medio characteri, vt præsens figura habet, æquentur.

FIGVRA AEQVATIONVM.



Ideo ne in generali huius descriptione confundi lectorem contingat, pro eo vt tripliciter variatur, ita etiam triplici eam regula vel canone ordine describemus.

CANON HVIVS AEQVATIONIS PRIMVS.

Vbi nimirum maiores duo, minimo characteri æquentur, vt pote prima quantitas & radix numero, sic.

Pri. + ra. æquales. N.

Huiusmodi exemplo proposito, erit maximæ quantitatis numerus, aut vnitas, aut non. Quod si vnitas fuerit, tum ad quadratum dimidij numeri characteris medij, numerus characteris minimi addi, à radice deinde huius collecti quadrata, dimidium characteris medij subtrahi debet. quo facto, quæsiti numeri compos aliquis erit, cum videlicet per id quod relinquitur, radicis valor exprimatur. Quòd si verò non sit vnitas maximi characteris numerus in exemplo aliquo proposito, quia non plurium, sed vnius tantum radicis valor desideratur, in maximi characteris numerum, aut fractionē, vel quicquid tandem fuerit, singuli singulorum trium characterum numeri diuidendi, & diuisorum loco exeuntes, vt eorum submultiplices, sumendi & ponēdi sunt. Erit autem sic exemplum æquationis aliud, quod licet dissimile videatur priori posito, nihilominus tamen, cùm multipliciū & submultipliciū vna & eadem sit ratio, non ab eo diuersum erit. Reductione igitur hac ad vnitatem maximi characteris numeri, procedendum deinde, prout suprà canone est traditum.

CANON HVIVS AEQVATIONIS SECVNDVS.

Vbi nimirum duo minores, radix scilicet & numerus, æquentur primæ, characteri maximo, sic.

Ra. + N æquales pri.

Et in huiuſmodi exemplis maximi characteris numerus, aut vnitas erit, aut non. Quod ſi fuerit vnitas, tum ad quadratum dimidij numeri characteris medij, vt in praecedenti canone factum numerus characteris minimi addi: ad radicem deinde huius collecti quadratam, dimidium characteris medij ſumi debet, & perfecta erit aequatio. Quod ſi verò non ſit vnitas, maximi characteris numerus in exemplo aliquo propoſito, huic tum (quemadmodum in praecedēti traditum) diuiſione, vt ad vnitatem redigatur, ſuccurrendum erit.

CANON HVIVS AEQVATIONIS TERTIVS.

Vbi nimirum maximus & minimus, vt eſt prima quantitas & numerus, medio characteri, radici ſcilicet, aequentur, ſic.

Pri. + N *Aequales* ra.

In huiuſmodi exemplis, vbi maximi characteris numerus vnitas fuerit, ſtatim à quadrato dimidij numeri characteris medij, contrà vt iam in praecedentibus eſt factum, numerus characteris minimi ſubtrahi: radix deinde huius reſidui quadrata, vt libuerit, ac prout rationi magis conſentaneum fuerit, vel à dimidio numeri characteris medij ſubtrahi, vel eidem addi oportebit. atq; vtrum horum factum fuerit, cum tam per id quod hic colligetur, quàm etiam quod illic relictum fuerit, radicis valor indicetur, exemplo ſatisfactum erit.

SEQVVNTVR NVNC HVIVS SECVNDAE *aequationis, ſecundum praeſcriptos tres canones exempla.*

CANONIS PRIMI.

1 *pri.* + 8 *ra.* 65 N

4 *in ſe.* 16 + 65

veniunt 81. *Huius radix,*

ſunt 9. *minus* 4,

manent 5.

SECVNDI.

13 *ra.* + $1\frac{3}{4}$ N 1 *pri.*

$\frac{3}{2}$ *in ſe* $\frac{9}{4}$ + $1\frac{3}{4}$

veniunt 4. *Huius radix,*

ſunt 2 *plus* $1\frac{1}{2}$

veniunt $3\frac{1}{2}$

Atq; tantus eſt radicis valor: quod quidem reſolutione facta nunc probari poteſt.

EXEMPLVM CANONIS TERTII.

1 *pri.* + 12 N *aquales* 8 *ra.*

4 *in se.* 16 *minus* 12

manent 4. *Huius radix quadrata*

sunt 2 $\begin{cases} de \\ ad \end{cases}$ 4, *& manent* 2, *vel proueniunt* 6.

Vterq; radicis valor, ac probationi conueniens numerus.

SEQVVNTVR EXAMINA.

Primùm autem numerorum canonis primi, radicis valore existente 5.

1 *pri.* + 8 *ra.* *aquales* 65 N

5 *in se.* *cum* 5

25 40

65 *Atq; tot sunt etiam numeri, vt apparet: bene igitur.*

Examen numerorum canonis secundi, radicis valore existente $3\frac{1}{2}$

3 *ra.* + $1\frac{3}{4}$ N *aquales* 1 *pri.*

cum $3\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}$

$10\frac{1}{2}$ + $1\frac{3}{4}$ *in se.*

$12\frac{1}{4}$ *aquales* $12\frac{1}{4}$ *bene igitur.*

Examen numerorum canonis tertij, radicis valore existente 2.

1 *pri* + 12 N *aquales* 8 *ra.*

2 *in se.* *bis*

4 + 12

16 *aquales numeri* 16: *bene igitur.*

Eodem modo instituatur nunc examinis operatio, radicis valore existente 6

1 *pri* + 12 N *aquales* 8 *ra.*

6 *in se* *sexies*

36 + 12

48 *aquales numeri* 48 *&c.*

ALIVD EXEMPLVM.

PRIMI CANONIS.			SECVNDI CANONIS.		
Pri.	*ra.*	N	*ra.*	N	*pri.*
4	+ 3	*æquales* 217	3 +	175	*æqu.* 4

Hic, quia maximi characteris numerus non est vnitas, diuisione, vt dictum est, ei succurri debet. Veniunt autem facta diuisione,

pri.	*ra.*	N	*ra.*	N	*pri.*
1 +	$\frac{3}{4}$ *æqu.*	$2\frac{17}{4}$	$\frac{3}{4}$ +	$\frac{175}{4}$	*æqu.* 1
$\frac{3}{8}$ *in se,*	$\frac{9}{64}$ +	$\frac{217}{4}$	$\frac{3}{8}$ *in se.*	$\frac{9}{64}$ +	$\frac{175}{4}$

veni. $\frac{3481}{64}$. *Huius ra.*	*veni.* $\frac{2809}{64}$. *Huius ra.*
sunt $7\frac{3}{8}$ *minus* $\frac{3}{8}$	*sunt* $6\frac{5}{8}$ *plus* $\frac{3}{8}$
manent 7	*veniunt* 7
radicis valor.	*radicis valor.*

ALIVD TERTII CANONIS EXEMPLVM.

3 *pri.* + 217 N *æquales* 52 *ra.*

Et hic, quia maximi characteris numerus non est vnitas, diuisione ei succurrendum erit. Veniunt autem hoc facto,

1 *pri.* + $\frac{217}{3}$ N *æquales* $\frac{52}{3}$ N

$\frac{26}{3}$ *in se.* $\frac{676}{9}$, *minus* $\frac{217}{3}$, *manet* $\frac{25}{9}$

Huius ra. qua. est $1\frac{2}{3}$ $\left\{\begin{array}{l}\textit{de}\\ \textit{ad}\end{array}\right.$ $8\frac{2}{3}$, *& manent* 7, *vel proueniunt* $10\frac{1}{3}$ *Vterq; radicis valor, quod examinari potest.*

Porrò ne quis opinetur huius æquationis tractationem rationibus ac demonstrationibus carere, is sciat: Primi quidem canonis operationem ex propositione 4 libri Euclidis secũdi, Secundi verò ex sexta: ac tertij deinde canonis ex quinta propositione eiusdem secundi libri desumptam esse. Eò itaq; cum peruentum fuerit, horum demonstrationes ac similitudines quas cum rationibus illarum propositionum habent, indicabimus.

SEQVVNTVR NVNC QVAEDAM AENIGMATA, SEV QVAESTIONES, QVORVM SOLVtiones tandem hanc æquationem requirunt.

Primum. Quærantur duo numeri in ratione $3\frac{1}{4}$, vt si vnus cum altero multiplicatus, producto deinde ambo numeri additi fuerint, $142\frac{1}{2}$ colligantur.

Facit $19\frac{1}{2}$ & 6

HVIVS EXEMPLI OPERATIO HAEC EST.

Esto primus numerus, & maior quidem, 1 radix, Et quia ratio, ex hypothesi, constituta est Tripla sesquiquarta, hoc obseruato, Regula Proportionũ (dicendo 13 dant 1 ra. quid 4) erit numerus secundus $\frac{4}{13}$ ra. Quia verò multiplicatio huiusmodi numerorum, vnius cum altero, vnà cum his ipsis numeris simul additis, $142\frac{1}{2}$, constituere debet, & id ex hypothesi: 1 radix igitur cùm $\frac{4}{13}$ ra. multiplicari, producto deinde ambo numeri, 1 radix scilicet & $\frac{4}{13}$ ra. addi debent, & colliguntur tandem.

$\frac{4}{13}$ *pri.* + $1\frac{4}{13}$ *ra.* *æquales* $142\frac{1}{2}$ N

Quoniam autem est huius secundæ æquationis exemplum primum, hæc verò ipsa æquatio cùm praxim habeat aliquanto quàm præcedens prima difficiliorẽ, ne alicui fortè hac descriptione non satis me fecisse videar, quod descriptione regulæ proposuimus, illius eiusdem etiam iam calculum subiũgere visum fuit. Esto itaq; numerus Maior 1 *ra.*

Minor $\frac{4}{13}$ *ra.* *Produ.* $\frac{4}{13}$ *pri.*

Numerorum additione facta,

veniunt $\frac{4}{13}$ *pri.* + $1\frac{4}{13}$ *ra.* *æquales* $142\frac{1}{2}$ N.

vel diuisione, secundum superiorem regulam, maximi characteris numero ad vnitatem reducto,

veniunt 1 *pri.* + $4\frac{1}{4}$ *ra.* *æquales* $463\frac{1}{8}$ N.

Est autem exemplum canonis primi. Facta igitur nunc operatione: vt præcipitur, veniunt numeri $19\frac{1}{2}$ & 6, *vt suprà indicatum.*

ALIA HVIVS EXEMPLI OPERATIO.

Vt in præmissa operatione radix posita, numerum rationis maiorem significabat, ita nunc, initio sumpto à minore, esto quòd radix posita significet numerum rationis minorẽ, cum sic regula proportionum (dicendo 4 dãt 1 ra. quid 13) maior numerus fit $3\frac{1}{4}$ *ra. multiplicatione & additione peractis, veniunt.*

$3\frac{1}{4}$ *pri.* + $4\frac{1}{4}$ *ra.* *æquales* $142\frac{1}{2}$ N.

Vel, reductione facta, &c.

1 *pri* + $\frac{17}{13}$ *ra.* *æquales* $\frac{570}{13}$ N

Secundum. Proficiscitur aliquis peregrè, vadit autem primo die $1\frac{1}{2}$ *miliare, secundi deinde diei atq; deinceps sequentium ordine omnium itinera, arithmetica medietate absoluit, iter cuiusq; sequentis super præcedentis diei iter in miliaris vna sexta augens. Nunc verò cùm ille secundum hanc medietatem, iter quoddam* 1370 *vel* 2955 *miliariorum absoluendum & perambulandum sibi instituerit, in quanto tempore id facere possit, quæstio erit.*

Facit quantum ad { *primum quidem, in* 17 *septimanis, &* 1 *die.* / *secundum verò, in semestri, minus* 2 *diebus.* }

OPERATIO.

Ponatur 1 *radix dierum, quo illud iter absoluat, & erit* 1 *ra.* — 1 N, *excessuũ numerus. Et quia* $\frac{1}{6}$ *miliaris, excessus cõmunis, erit* $\frac{1\ ra. - 1\ N}{6}$, *excessuũ summa. Et quia etiã* $1\frac{1}{2}$ *miliaris primus numerus,*

$\frac{1\ ra. + 8\ N}{6}$ *igitur, vltimus numerus erit*

Atq; sic $\frac{1\ ra. + 17\ N}{6}$ *ex primo & vltimo aggregatũ, & tandem multiplicatione facta,* $\frac{1\ pri. + 17\ ra.}{12\ N}$ *æquales* 1370 *vel* 2955 N, *&c.*

3 *Numerus in duo diuisus est, in* 4 *scilicet, partem notam, & alium deinde numerum, partem scilicet ignotam. Quoniam autem parte ignota multiplicata primò in se, deinde cum parte etiam illa nota,* 117 *colliguntur,*

quantus fuerit totus numerus? — *Facit* — 13

quanta item ignota pars? — 9

OPERATIO.

Ponatur 1 *ra. numerus diuisus. Et quia* 4, *vna & nota pars, atq; sic* 1 *ra.* — 4 N, *pars ignota, vltimò tãdẽ, multiplicatione scilicet facta*

4 *ra.* + 117 N *vni primæ æquales erunt.*

Est autem exemplum canonis secundi, & cæ.

ALIA OPERATIO.

4 *pars data ex hypothesi,*

1 *radix, non data, quare tandem*

1 *pri.* + 4 *ra. æqual.* 117 N. *Exemplum canonis primi.*

4 *Sunt tres numeri continuè proportionales, vnus autem extremorum cum sint* 20 $\frac{1}{4}$, *alter verò & duplum medij,* 22 *faciant, quantus vterq; sit, medius scilicet & alter extremorum, quæritur.*

Facit	*medius quidem*	9
	alter verò extre.	4

OPERATIO.

20 $\frac{1}{4}$ 20 $\frac{1}{4}$

1 *ra.*   *vel*   11 N — $\frac{1}{2}$ *ra.*

22 N — 2 *ra.*   1 *ra.*

Facta multiplicatione, veniunt vltimò

N		*pri.*	*ra.*	*ra.*		*pri.*	N
445 $\frac{1}{2}$	*æquales*	1	+ 40 $\frac{1}{2}$	125	*æqua.*	1	+ 484
Exemplum canonis primi				*Canonis tertij.*			

5 *Propositum est diuidere numerum* 8 *in duas partes, quarum secundæ quantitates, vnà cum primis, & bis ipsis numeris,* 199 *faciant, quæritur, &c.*

Facit 5 & 3.

OPERATIO.

1 *ra.*   1 *pri.*   1 *se.*

8 N — 1 *ra.* 64 N — 16 *ra.* + 1 *pri.* 512 N — 192 *ra.* + 24 *pri.* — 1 *se.*

584 N — 208 *ra.* + 26 *pri. æquales* 194 N

Vel additis & subtractis æqualibus,

veniunt 26 *pri.* + 390 N *æquales* 208 *ra.*

Est autem exemplum canonis tertij, atq; radicis valor 3 *vel* 5, *vt lubet, prior pars. Quare posterior* 8 *minus, &c.*

6. *Duo habent mercis cuiusdam libras vel vlnas* 11. *Quoniam autem, cùm quot vlnas primus habet, tot secundus vno coronato vendere soleat, primus deinde, quia vno coronato tantùm exponit, quanta est* $\frac{1}{6}$ *earum vlnarum quas secundus habet, atque cùm sic ambo* 6 *coronatos,*

vno sextante minus, acceperint, quot vlnas seorsim vterq; habuerit, quot deinde vlnas vno coronato vendiderit, quæritur.

Facit { primus 2 vl. / secund. 9 vl. } Vendidit autem vno corona. { $1\frac{1}{2}$ vl. / 2 vl. }

OPERATIO.

Primus 1 ra. — secundus 11N — 1 ra.

Accipiunt autem $\frac{6 \text{ ra.}}{11\text{N} - 1 \text{ ra.}}$ — $\frac{11\text{N} - 1\text{ ra.}}{1 \text{ ra.}}$

$$\text{Quare } \frac{121\text{ N} + 7 \text{ pri.} - 22 \text{ ra.}}{11 \text{ ra.} - 1 \text{ pri.}} \text{ æqua. } 5\tfrac{5}{6}\text{ N}$$

In integris deinde & vltimò

$$\text{veniunt } 77 \text{ pri.} + 726 \text{ N æqual, } 517 \text{ ra.}$$

Est autem exemplum canonis tertij, atq; facta operatione, radicis valor 2 pro negociatore primo. Quantum nunc secundus habuerit, quot deinde vterq; vlnas vno coronato vendiderit, facili calculo hæc ex ipsa positionis solutione, seu exempli huius hypothesibus haberi possunt.

Esto nunc quòd ambo acceperint 7 coronatos, vlnæ verò $24\frac{1}{2}$ fuerint, cæteris manentibus.

Operatione igitur instituta veniunt quòd primus habuerit $3\frac{1}{2}$ vlnas. Quare sic secundus reliquas 21. & quòd vterque vno coronato vlnas $3\frac{1}{2}$ exposuerit.

7. *Habent duo sericum, vnus quidem 40, alter verò 90 vlnas. Quoniam autem, cùm primus in triente vlnæ plus, vno coronato det quàm ipse secundus, atq; deinde in medium collatis pecunijs, 42 coronatos numerent, quot vterq; vlnas vno coronato exposuerit, quæritur*

Facit { primus $3\frac{1}{3}$ / secundus 3 }

OPERATIO.

	vl.		Accepta pec.
in triente +. 4 coro. &ca.	40 Pri.	1 ra. + $\frac{1}{3}$ N	$\frac{120\text{ N}}{3 \text{ ra.} + 1\text{ N}}$
	90 se.	1 ra.	$\frac{90\text{N}}{1 \text{ ra.}}$

Ad regulam proportionum quantitates posita.

vlna	coro.	vlna.
$\frac{2\ ra. + 1\ N}{3}$	vno	40

Facit &c.

1 ra.	vno	90

Facta additione, veniunt

$$\frac{390\ ra. + 90\ N}{3\ pri. + 1\ ra.}\ \text{æquales}\ 42\ N$$

Sub vna denominatione deinde atq; vltimò, in minimis item

$$58\ ra. + 15\ N\ \text{æquales}\ 21\ pri.$$

Est autem exemplum canonis secundi, atq; operatio sic instituenda,

$$\frac{58}{21}\ ra. + \frac{15}{21}\ N\ \text{æquales}\ 1\ pri.$$

$\frac{29}{21}$ *in se,* $\frac{841}{441}$. + $\frac{15}{21}$, *veniunt* $\frac{1156}{441}$ *cuius radix qua.* $\frac{34}{21}$ & $\frac{29}{21}$ *(quæ simul, 3 constituunt) numerus est vlnarum, quot secundus pro vno coronato exposuit.*

Primi igitur. $3\frac{1}{3}$

ALIA HVIVS EXEMPLI OPERATIO.

Esto quòd vno coronato vendat

vln.		vln.	coro.
40.	*Primus quidem*	1 ra.	$\frac{40\ N}{1\ ra.}$
90	*quare secun.*	1 ra. — $\frac{1}{3}$ N	$\frac{270\ N}{3\ ra. — N}$

accepta pecunia

Facta additione acceptorum, veniunt

$$\frac{390\ ra. - 40\ N}{3\ pri. - 1\ ra.}\ \text{æquales}\ 42\ N$$

In integris veniunt

$$390\ ra. - 40\ N\ \text{æquales}\ 126\ pri. - 42\ ra.$$

Vltimo verò & in minimis.

$$216\ ra.\ \text{æquales}\ 63\ pri. + 20\ N$$

Est autem exemplum canonis tertij, vnde operatio sic instituenda.

$$2\frac{16}{63}\ ra.\ \text{vel}\ \frac{24}{7}\ ra.\ \text{æqua.}\ 1.\ pri. + \frac{20}{63}\ N$$

$\frac{24}{7}$ $\frac{12}{7}$ *in se,* $\frac{144}{49}$ *minus* $\frac{20}{63}$

manent $\frac{1156}{441}$. *Huius radix* $\frac{34}{21}$ $\left\{\begin{matrix} de \\ ad \end{matrix}\right.$ $\frac{12}{7}$ *vel* $\frac{36}{21}$ *manent* $\frac{2}{21}$, *non verus: vel veniunt* $3\frac{1}{3}$, *verus numerus. Id quod nunc examinari potest.*

AEQVATIO TERTIA.

Tertia æquatio est ferè eadem cum secunda: nam & hæc tres numeros tribus diuersis characteribus signatos requirit. Sunt tamen in hac numerorum characteres non continui, verùm semper inter quosque duos sibi proximos, iam vnus, iam verò duo vel plures omissi: ac duo tandem vni, vel vnus character cum suo numero duobus æqualis esse profertur. Quapropter vt secundæ, ita & huius tertiæ æquationis est operatio, nisi quod postquam ad finem operationis peruentum fuerit, vbi iam radicis valor expectandus esset, cùm non radicis, verùm alterius cuiusdam characteris valor sese offerat, illius characteris secundum sui exigentiam (prout quidem vnus vel plures characteres sint omissi) radix, vt in prima æquatione factum quærenda, atq; per eam tandē inuentā, radicis valor exprimendus erit. Hæc nullam requirit demonstrationē, cùm ex præcedentibus duabus (quarum demonstrationes vnde peti debeant, indicauimus) composita sit.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

Primum. 9 *Ter.* $+ 5$ *pri. æquales* 294 N

$\frac{5}{9}$ $\qquad$ $\frac{294}{9}$

$\frac{5}{18}$ *in se,* $\frac{25}{324}$, *plus* $\frac{294}{9}$, *veniunt* $\frac{10609}{324}$. *Huius radix* $\frac{103}{18}$ *minus* $\frac{5}{18}$ *manent* $\frac{98}{18}$ *vel* $\frac{49}{9}$ *Atq; is esset numerus solutionis. sed quia vtrinque vnus character negligitur, huius igitur numeri, vt primæ quantitatis, radix,* $2\frac{1}{3}$ *scilicet, numerus solutionis erit.*

Secundum. $14\frac{7}{8}$ *sec.* $+$ $1200\frac{1}{2}$ N *æqua.* 1. *Quin.*

$7\frac{7}{16}$ *in se,* $\frac{14161}{256}$ *plus* $1200\frac{1}{2}$, *veniunt* $\frac{321489}{256}$. *Huius ra.* $\frac{576}{16}$, *plus* $7\frac{7}{16}$, *veniunt* $\frac{686}{16}$ *vel* $\frac{343}{8}$. *Atque is esset numerus solutionis. sed quia vtrinque duo characteres negliguntur, huius igitur numeri secundæ quantitatis radix,* $3\frac{1}{2}$ *scilicet, numerus solutionis erit.*

Tertium. 1 *sep.* + 2401 N *æquantur* 2402 *ter.*

1201 *in se*, 1442401, *minus* 2401, *manent* 1440000. *Huius radix quadrata*,

sunt 1200 { *de* / *ad* } 1201, *& colliguntur hîc quidem* 2401, *illic verò* 1 *manet, vterque solutionis numerus. Sed quia vtrinque omittuntur tres characteres, non ij igitur numeri, sed horum numerorum, vt tertiarũ quantitatum, radices, quæ sunt* 1 *&* 7, *solutionis numeri erunt.*

His certè tribus exemplis videre Lector poterit, quàm planè idem sit huius ac præcedentis secundæ æquationis processus. nisi quòd in hac vltimò, prout quidẽ characteres plures vel pauciores intermissi fuerint, radix quærenda sit. Vno igitur atq; altero pro hac æquatione exemplo posito, ad alias huius regulæ præceptiones pergendum erit.

SEQVVNTVR NVNC QVAEDAM AENIGMATA, SEV QVAESTIONES, QVOrum solutiones tandem hanc æquationem requirunt.

Primum. Propositum est inuenire duos numeros, quorum multiplicatio quidem vnius cum altero 24, *secundæ verò illorum quantitates simul iunctæ* 280, *vel* 539 *constituant: quæritur, quinam sint illi duo numeri.*

Facit 4 *&* 6, *vel* 3 *&* 8.

OPERATIO.

Numeri		Secundæ quantitates, primi	secundi numeri.
1 *ra.*	$\frac{24\ N}{1\ ra.}$	1 *se.*	$\frac{13824\ N.}{1\ se.}$

Quantitatibus secundis simul iunctis, veniunt

$\frac{1\ quin. — 13824\ N}{1\ se.}$ *æquales* 280 *vel* 539 N.

In integris quantum ad numerum 280.

1 *Quin.* + 13824 N *æquales* 280 *se.*

140 *in se*, 19600, *minus* 13824, *manet* 5776. *Huius radix quadrata*

76 $\left\{\begin{array}{l} de \\ \\ ad \end{array}\right.$ 140. *medieta. medij, manent* 64, *vel proueniunt* 216,

radicis quidem valores ac quæstionis numeri, si characteres cõtinui essent. Sed quia vtrinque duo characteres neglecti sunt, non igitur hi, sed horum numerorum, vt secundarum quantitatum radices, 4 scilicet & 6, quæstionis numeri erunt. Id quod nunc probari potest, vt sequitur.

Quantum ad numerum

priorem		280	*posteriorem*		539
Numeri propositi		*Secun. quanti.*	*Numeri propos.*		*Secundæ quantitates*
4	16	64	3	9	27
6	36	216	8	64	512
24		280	24		539

Secundum. Propositum est inuenire numerum, cuius quadratum postquam primò acceperit 8, *secundo verò* 3 *amiserit, vt multiplicatio tandem collecti cum residuo* 6942 *producat.*

Facit 9

OPERATIO.

1 *ra.*	1 *pri.* + 8 N
1 *pri.*	1 *pri.* — 3 N

1 *ter.* + 5 *pri.* — 24 N *æquales* 6942 N.

Vel additis quæ sunt addenda, nimirũ — 24 N, *partis vtriq; veniunt*

1 *ter* + 5 *pri.* *æqua.* 6966 N.

Est autem in secunda æquatione exemplum canonis primi, quare secundum illius præceptionem operatio instituenda est. Veniunt autem operatione absoluta 81, *tanquam radicis valor. Sed quia vnus character vtrinq; inter duos proximos est neglectus, non igitur ipse numerus, sed eius radix quadrata,* 9 *scilicet, radicis valor & numerus quæsitus erit, id quod nunc examinari poterit.*

Tertium. Propositum est inuenire numerum, cuius quadratum, postquam primò acceperit 8, *numerus verò ipse* 3 *amiserit, vt multiplicatio tandem collecti cũm residuo* 534 *producat.*

Facit 9

SEQVVNTVR NVNC ALIAE HVIVS REGVLAE

PRAECEPTIONES, ALGORITHMI NIMIrum, *vt vocant, de surdis quadratorum, cubicorum, & id genus, Binomiorum item & Residuorum, per singulas species tractatio.*

NVMERI *igitur surdi sunt, quorum radices desideratæ, numero certo expressæ, inueniri nequeunt. Vt numerus 3, quia non 3, sed ex ipso quantitatis cuiusdam radix expetitur, licet per se rationalis sit numerus, tamen ratione illius defectus, iam irrationalis & surdus appellatur. Eadem ratione 17.13.21.346, multi item numeri alij, pro surdis haberi solent. Notantur autem, vt in sequentibus apparet, huiusmodi surdi, prout radix alia atque alia desideratur, suis propriis notis. Quod ipsum ideo fit, vt nimirum eorum à rationalibus numeris discrepantia (qui absque signo & absolutè proferũtur) cognosci possit. Quia autem variæ sunt numerorum secundum quãtitates appellationes, cum alij primæ quantitatis, alij verò secundæ, tertiæ, quartæ, vel decimæ, ac deinceps quarumuis aliarum quantitatum appellationem habeant, varios etiam horum surdorum numerorũ Algorithmos, seu tractationes esse, necessariò sequitur. Atque de his nunc ordine dicendum erit. & primò quidem:*

DE SVRDIS NVMERORVM PRIMAE QVANTITATIS, SEV, VT VOcant, *Quadratorum.*

NVMERATIO VEL ENVNCIATIO.

Caput I.

ENunciatio est facilis. Primò enim character, vel syllaba, quæ numero præscripta est, per quam etiam numerum propositum, Surdum esse significamus, mox deinde numerus ipse exprimitur. Vt exempli gratia. ra. 29 exprimitur, Radix viginti no-

uem. Intelligitur autem radix quadrata, cum in præsentia sit quadratorum tractatio. In cubicis verò, de quibus erit tractatio sequens, cubica vel secundæ quantitatis radix consideratur. Atque in genere, cuiuscunque sanè quantitatis tractatio fuerit, eius conditio per notam radicis, Ra. significatur, ac deinde etiam exprimitur. Solent tamen multi, & bene etiam, has desideratas radices, suis punctis cū linea quadam à dextro latere ascendente, notare, atque sic pro radice quidem quadrata, vbi hæc in aliquo numero desideratur, notam ✓: pro cubica verò, ⁘✓: ac radicis radice deinde, ⁘✓ præponunt: de quo obiter admonere Lectorem volui.

MVLTIPLICATIO. CAP. II.

MVltiplicatio surdorum in genere, est radicis vnius surdi numeri toties, quot sunt vnitates in radice surdi alterius, coaceruatio. Hæc autem perficitur, multiplicatione vnius numeri rationalis (neglecto charactere) cum numero rationali altero. Nam statim tandem radix producti, id quod ex multiplicatione radicis vnius cum radice surdi alterius prouenerit, indicabit.

EXEMPLA SVNT.

ra. 7 *cum ra.* 8	*Item,*	*ra.* 24 *cum ra.* 54
produ. ra. 56		*produ.* 36

Quod autem in his duobus exemplis multiplicatio in vno quidem, Surdum: in altero verò, rationalem numerum produxerit, mirandum non est. posse enim id fieri in multiplicatione surdorum, docetur propositionibus 19 *&* 21 *decimi libri Euclidis.*

SEQVVNTVR EXEMPLA ALIA.

ra. 6 *cum ra.* 24	*Item,*	*ra.* $12\frac{1}{2}$ *cum ra.* $4\frac{1}{2}$
produ. 12		*produ.* $7\frac{1}{2}$

ADHVC ALIA.

3 *cum* ✓ 8	*Item,*	$4\frac{1}{2}$ *cum* ✓ 14
produ. ✓ 72		*produ.* ✓ $283\frac{1}{2}$

In his duobus exemplis, cum vnus numerus surdus, alter verò rationalis sit, numerus rationalis, ad similem ipsius surdi quātitatis appellationē, multiplicatione reducendus erit. Nam semper vnius appellationis esse numeros in surdorum tractatione, cùm hac in regula, tum in sequentibus necesse est. Ex quo nunc sequitur, cum vna surdorum debeat esse quantitatis appellatio: quod duplare quidem hoc loco, per 4, hoc est, per binarij quadratum:

triplare verò & quadruplare, ac præterea si quæ sint multiplicationes aliæ, per illorum numerorum quadrata, 9 scilicet & 16, atque ordine deinceps, perficiendæ sint, ac fieri debeant.

SEQVVNTVR EXEMPLA.

ra. 8 *bis*	*ra.* 8 *ter.*	*ra.* 8. *quater.*
produ. ra. 32	*produ. ra.* 72	*produ. ra.* 128

Est autem huius tractationis tanquam examen, ipsa Diuisio, quæ iam sequitur.

DIVISIO, CAP. III.

Diuisio surdorum in genere, est & inuentio numeri, cuius radix tot habeat vnitates, quoties radix diuidens, continetur in ipsa radice diuidenda. Hæc autem perficitur, diuisione vnius numeri rationalis (neglecto charactere) in numerum rationalem alterum. Nam statim tandem exeuntis radix, id, quod ex diuisione radicis vnius in radicem surdi alterius exiuerit, indicabit.

EXEMPLA SVNT.

ra. 56 *in ra.* 8 *Item,* *ra.* 72 *in ra.* 8
exit ra. 7 *exeunt* 3

ALIVD EXEMPLVM.

ra. $457\frac{1}{3}$ *in ra.* 21 *exit ra.* $21\frac{7}{9}$.

ALIA.

$\surd 7\frac{1}{5}$ *in* $\frac{2}{3}$ *Item,* $\frac{2}{3}$ *in* $\surd\frac{3}{4}$
exit $\surd 16\frac{1}{5}$ *exit* $\surd\frac{16}{27}$

Diuidatur radix numeri 8 *in*
2, *exit* $\surd$ 2 *in* 3, *exit* $\surd\frac{8}{9}$ *in* 4, *exit* $\surd\frac{1}{2}$

Id quod ex præmissis patet.

Huius tractationis tanquam examen, est ipsa multiplicatio, quæ paulo antè descripta est.

ADDITIO. CAP. IIII.

Additio surdorum in genere, est radicum propositorum surdorum, in vnam summã collectio. Hæc autem ex 4 propositione secundi Euclidis perficitur hoc modo. Sumantur surdorum, tanquam partiũ alicuius totius (lineæ, seu numeri) in partes diuisi, quadrata: vna deinde parte vel numero, cum altero multiplicato, is *qui producitur numerus, quum allegata propositio dicat bis, duplicetur: hoc est, per 4, vt in multiplicatione dictum est, multiplicetur. Quia verò hæc omnia, partium videlicet totius, hoc est, numerorum surdorum, quadrata, & quod producunt illi surdi inter se multiplicati bis, ex allegata propositione, totius numeri quadrato æqualia sunt: his igitur omnibus in vnũ collectis, radice deinde quadrata collecti quæsita, per eam tandem radicum summa datorum surdorum indicabitur.*

EXEMPLA SVNT.

ra. 12 *ad ra.* 20		*Item,*	*ra.* 15 *ad ra.* 17	
12	20		15	17
ra. 240			*ra.* 255	
bis per 4			*bis per* 4	
ra. 960			*ra.* 1020.	

Facta additione, veniunt

32 + *ra.* 960   32 + *ra.* 1020.

quadratum totius.

Radix igitur huius collecti, vel totius, quadrata, quæ est

Radix collecti, 32 + √ 960   *ra. col.* 32 + √ 1020

surdorum propositorum summa radicum erit.

Adduntur huiusmodi numerorum surdorum radices commodiùs per particulam illam Plus, vel per eius signum +, quod idem est, sic

ra. 20 *plus ra.* 12 *Item*   *ra.* 17 + *ra.* 15

Quòd si vno surdo cũ altero multiplicato, producti radix assignari queat, tum loco illius producti radix assumenda, ac binario deinde ea duplanda est. Quo facto, & breuior & expeditior erit operatio.

EXEMPLA SVNT.

ra. 27 *ad ra.* 12		*Item,*	*ra.* 18 *ad ra.* 32	
27	12		18	32
ra. 324			*ra.* 576	
18			24	
bis			*bis*	
36			48	
75		*Omnium productorum summa*	98	
ra. 75		*Radicum summa.*	*ra.* 98	

Atque is est generalis additionis surdorum canon. Sed quia numerorum surdorum, alij compositi, seu, vt vocant, commensurabiles inter se sunt, alij *deinde incompositi & incommensurabiles. Ac commensurabiles quidem sunt, qui alicuius communis numeri diuisione, ad quadratos reduci possunt, vt sunt ra. 6 & ra. 54, item ra. 27 & ra. 12: Incommensurabiles verò, qui nullo communi numero, diuidendo, ad quadratos reduci possunt, vt sunt ra. 7 & ra. 13, item ra. 12 & ra. 20. Qui commensurabiles inter se sunt surdi, alia & breuiori via, quàm in generali regula traditum est, addi possunt, in hunc modum.*

Reducantur primò surdi hi commensurabiles ad numeros quadratos, quadratorũ deinde radices simul addantur, & quod colligitur, huius quadratum cùm communi surdorum commensurabiliũ numero multiplicetur. quo facto, producti radix propositorum surdorũ radicum summam indicabit, quod per duo exempla præmissa sequenti calculo cernere licebit.

	ra. 27	ad	ra. 12	
com.	9	quadrata	4	
nu. 3	3	radices	2	
		5	in se,	
		25		
	com. numerus	3		
		75		
Summa radicum $\surd$ 75				

Item	ra. 18	ad	ra. 32	
com.	9	quadrata.	16	
nu. 2	3	ra.	4	
		7	in se	
		49		
	com. numerus	2		
		98		
Summa radicum $\surd$ 98				

Simili modo cùm alijs exemplis omnibus, hæc, siue per numeros integros, siue per fractiones, seu per integros & fractiones exposita fuerint, procedendum erit.

EXEMPLA.

ra. $5\frac{1}{3}$ ad ra $6\frac{3}{4}$
Facit ra. $24\frac{1}{12}$.

Item ra. $26\frac{2}{3}$ ad ra. $33\frac{3}{4}$
Facit ra. $120\frac{5}{12}$

ALIVD EXEMPLVM.

3 ad ra. 8. Facit radix collecti $17 + \surd 288$. Vel $3 + \surd 8$.

Est autem huius tractationis tanquam examen ipsa subtractio, quæ iam sequitur.

SVBTRACTIO. CAP. V.

Subtractio surdorum in genere, est radicis unius propositi surdi de radice alterius subtractio. Hæc autem ex propositione 7. secundi Euclidis, perficitur hoc modo. Sumantur quadrata amborum, hoc est, eius à quo debet fieri subtractio, ut totius, atq; etiam radicis subtrahendæ, ut unius partis lineæ, vel numeri diuisi. Et quia hæc simul collecta, ex allegata propositione, æqualia sunt numero, quem producit totum cùm dicta parte, hoc est, una radix cum altera multiplicata bis, & quadrato alterius partis, hoc hoc est, quadrato radicis residuæ. Ab illo igitur quadratorum collecto, numerus quem producunt radices inter se multiplicatæ bis, subtrahendus, residui deinde radix quærenda: qua inuenta, subtractio absoluta erit, cùm per hanc ipsam remanentis seu residui radix indicabitur.

EXEMPLA SVNT.

ra 12. de ra. 20 — Item ra. 15 de ra. 17

12	20	15	17
ra. 240		ra. 255	
bis per 4		bis per 4	
ra. 960		ra. 1020	

Facta subtractione manent

32 — ra. 960 — 32 — ra. 1020

remanentis vel residuæ radicis quadratum.

Radix igitur huius residui quadrata, quæ est

radix residui 32 — √ 960 — radix residui 32 — √ 1020

remanentis surdi radix quadrata erit.

Subtrahuntur huiusmodi numerorum surdorum radices commodius per particulam illam Minus, vel per eius signum —, quod idem est, sic,

ra. 20 minus ra. 12 — Item ra. 17 — ra. 15.

ALIA EXEMPLA.

ra. 27 de ra. 75. — Item ra. 32 de ra. 98

27	75	32	98
102		130	
2025		3136	
45		56	
bis		bis	
90		112	

12	*quadratum residui*	18
ra. 12 *igitur*		*ra.* 18 *igitur*
	radix residui.	

Quia verò & in hac specie, quemadmodum in praecedenti, aliàs commensurabilium, aliàs incommensurabilium surdorum fit subtractio: vbi commensurabiles fuerint propositi, hi eodem, quod in additione traditum est, compēdio, vnus ab altero subtrahi poterit. nisi quod hic radix à radice subtrahenda, cùm illic vna alteri addenda sit. Residuae deinde radicis quadrato, vt in additione aggregati ex radicibus quadrato, cum numero, quo scilicet propositi surdi ad quadratos reducti sunt, multiplicato, ex producto tādem radice quaesita, subtractio peracta erit. Quod per duo exempla praemissa sequenti calculo cernere licebit.

ra. 27 *de ra.* 75	*Item*	*ra* 32 *de ra.* 98
com. nu.		*com. nu.*
3 9 *quadra.* 25		2 16 *quadra.* 49
3 *radices* 5		4 *ra.* 7
2 *in se*		3 *in se*
4		9
communis nume. 3		*com. numerus* 2
12		18
Radix residua $\sqrt{}$ 12		*Radix residua* $\sqrt{}$ 18

Simli modo cùm aliis exemplis omnibus, haec siue per numeros integros, siue per fractiones, seu per integros & fractiones, exposita fuerit, procedendum erit.

EXEMPLA.

ra. $6\frac{3}{4}$ *de ra.* $8\frac{1}{3}$ *manet ra.* $\frac{1}{12}$ *Item ra.* $\frac{1}{8}$ *de ra.* $\frac{1}{3}$ *ma. ra.* $\frac{1}{24}$

ALIVD EXEMPLVM.

ra. $26\frac{2}{3}$ *de ra.* $33\frac{3}{4}$ *ma. ra.* $\frac{5}{12}$.

ADHVC ALIVD.

ra. $6\frac{3}{4}$ *de ra.* $12\frac{1}{12}$, *manet radix residui* $18\frac{5}{6} - \sqrt{326\frac{1}{4}}$.

Haec autem est, vt quidem suo loco cognoscetur, $\sqrt{12\frac{1}{12}} - \sqrt{6\frac{3}{4}}$ *id quod examinari potest.*

Huius tractationis tanquam examen, est ipsa additio, quae paulo ante descripta est.

SEQVITVR ALGORITHMVS, DE SVRDIS NVMERORVM SECVNDAE QVANTITATIS, *seu, vt vocant, de surdis Cubicorum.*

NVMERATIO, VEL ENVNCIATIO. *Caput I.*

Enunciatio est, sicut in iam absoluta de surdis quadratorum tractatione exposita est. Vt ra. 29, hac quantitas, quia versamur in tractatione cubica: ideo etiam non radix quadrata, sed radix cubica, vel secundæ quantitatis radix, numeri 29 exprimitur. Sic in cæteris exemplis agendum. Solet tamē plerumq; syllabæ, Ra. propter confusionem vitandam, addi syllaba, Cu. præsertim quidem, vbi extra tractationem alibi scriptæ fuerint ac inueniantur, sic:

Ra. cu. 11. *Item radix se.* 11, 24, *vel alterius numeri.*

MVLTIPLICATIO ET DIVISIO. *Caput II.*

Multiplicatio & Diuisio eodem modo hic, quo superius in tractatione surdorum quadratorum, perficiuntur: nisi quòd vltimò, loco radicis quadratæ, quæ ex multiplicationis producto & diuisionis exeunte illic eliciebatur, in præsentia nunc, cùm sit tractatio cubica, ex iisdem radix cubica quærenda sit,

SEQVVNTVR EXEMPLA, ET PRIMO DE *multiplicatione.*

Ra. cu. 7 *cum ra. cu.* 11
produ. ra. cu. 77.

Item ra. $7\frac{2}{3}$ *cum ra.* $\frac{3}{4}$
produ. ra. $5\frac{3}{4}$.

ALIA.

ra. $\frac{9}{16}$ *cum ra.* $\frac{16}{27}$
produ. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

Item $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ *cum* $\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$
producuntur $\frac{2}{3}$.

ALIVD.

ra. cu. $3\frac{3}{8}$ *cum* 6, *producuntur* 9.

ALIA.

ra. cu. 9 *bis*	$\surd$ 9 *ter.*	*ra. cu.* 9 *quater,*
pro. ra. cu. 72.	*pro.* $\surd$ 243	*pro. ra.* 576.

Hæc tria aut quatuor exempla, licet in ſe habeant aliquid obſcuritatis, tamen qui priorum memor fuerit, nullam horum planè requiret explicationem vlteriorem.

SEQVVNTVR EXEMPLA DIVISIONIS.

Diuidatur ra. cu. 16 *in ra. cubicum* 4, *exit radix cu. numeri* 4.

Item $\surd$ 24 *in* $\surd$ 3, *exeunt* 2. *Similiter ra.* 20 *in ra.* 6. *exit ra.* $3\frac{1}{3}$
Item diuidatur $\surd$ 240 *in* 6, *vel contrà* 6 *in* $\surd$ 240, *exeunt, hic quidem ra. cu.* $\frac{9}{10}$, *illic verò ra. cu.* $1\frac{1}{9}$

Medietas radicis cubicæ numeri 48, *eſt radix cubica numeri* 6.
Sic tertia pars eiuſdem, numeri 48, *eſt radix cubica numeri* $1\frac{7}{9}$
Comprobantur autem hæ duæ ſpecies, Multiplicatio ſcilicet & Diuiſio, alternis, vt aliàs fieri conſueuit.

ADDITIO ET SVBTRACTIO.
Caput III.

SVnt & hîc conſiderandi duplices ſurdi, cum, quemadmodum in ſuperiori tractatione, alij commēſurabiles inter ſe ſint, alij incommēſurabiles. Ac commenſurabiles quidem, vt ra. cu. 4, *& ra. cu.* 32, *radices item cubicæ numerorum* 24 *&* 81. *Incommenſurabiles verò, vt ra. cu.* 24 *& ra. cu.* 54, *radices item cubicæ numerorum* 20 *&* 12, *vel* 21 *&* 13, *atque id genus. Qui igitur commenſurabiles inter ſe ſunt ſurdi, illorum radices non aliter adduntur, vel vna ab altera ſubtrahitur, atque in ſurdorum quadratorum tum additione, tum ſubtractione ſuprà traditum eſt: niſi quod illic quadratè, hîc verò cubicè omnia agantur. Quare vno atque altero exemplo poſito, res ſatis dilucida erit. Qui verò incommenſurabiles, & planè ſurdi ſunt, illorum additio & ſubtractio, percommodè ſigno affirmatio,* +, *& negatiuo,* —, *abſoluuntur.*

EXEMPLA PARTIS PRIORIS.

Additio. | *Subtractio.*

Ra. cu. 24 *ad ra. cu.* 81 | *Item, ra.* 24 *de ra.* 81

3   8   27 | 3   8   27

2   3 | 2   3

5 | 1

125 | 1

com. numerus 3 | *com. numerus* 3

375 | 3

ra. cu. 375, *radicum summa.* | *ra. cu.* 3, *radix residua.*

ALIA EXEMPLA.

$\sqrt{}\ 10\frac{2}{3}$ *ad* $\sqrt{}\ 4\frac{1}{2}$ | *Item* $\sqrt{}\ 4\frac{1}{2}$ *de* $\sqrt{}\ 10\frac{2}{3}$

In integris & sub vna denominatione, sexta scilicet

$\sqrt{}\ 64$ *ad* $\sqrt{}\ 27$ | *Item* $\sqrt{}\ 27$ *de* $\sqrt{}\ 64$

4   3 | 3   4

7 | 1

343 *in* 6 *diuisa,* | 1 *in &ca.*

exeunt $57\frac{1}{6}$. *Quare* | *exit* $\frac{1}{6}$. *Quare*

$\sqrt{}\ 57\frac{1}{6}$ *radicum sum.* | $\sqrt{}\ \frac{1}{6}$ *ra. ra.*

EXEMPLA PARTIS POSTERIORIS.

Additio | *Subtractio.*

$\sqrt{}\ 24$ *ad* $\sqrt{}\ 32$ | *Item* $\sqrt{}\ 24$ *de* $\sqrt{}\ 32$

venit $\sqrt{}\ 32 + \sqrt{}\ 24$ | *ma.* $\sqrt{}\ 32 - \sqrt{}\ 24$

ALIA.

$\sqrt{}\ 9$ *ad* $\sqrt{}\ 27$ | *Item* $\sqrt{}\ 9$ *de* $\sqrt{}\ 27$

venit $\sqrt{}\ 27 + \sqrt{}\ 9$ | *ma.* $\sqrt{}\ 27 - \sqrt{}\ 9$

SIMILITER ALIA.

$\sqrt{}\ 8\frac{1}{3}$ *ad* $\sqrt{}\ 9\frac{1}{7}$ | *Item* $\sqrt{}\ 8\frac{1}{3}$ *de* $\sqrt{}\ 9\frac{1}{7}$

venit $\sqrt{}\ 9\frac{1}{7} + \sqrt{}\ 8\frac{1}{3}$ | *ma.* $\sqrt{}\ 9\frac{1}{7} - \sqrt{}\ 8\frac{1}{3}$.

Est & alia addendi & subtrahendi ratio, quæ quidem, vbi surdi commensurabiles fuerint, locum habet.

Surdis commensurabilibus propositis, hi primùm communi eorum mensura vel numero, quem habent, ad cubos rationales reducendi, deinde tam cuborum radices, quàm etiam radicum quadrati, ponendi sunt. Hoc facto, vtriusque radix cùm triplo quadrati radicis alterius multiplicari: hæc duo *producta deinde vnà cum duobus cubis, si quidem additio instituitur, coniungi: vel pro subtractione absoluenda, maioris radicis productum maiori, minoris verò productum minori cubo addi, atque ab illo deinde hoc collectũ subtrahi debet. quo facto, tam quòd illic colligitur, quàm hîc relinquitur, vtrunque cum communi commensurabilium surdorum numero multiplicatum, per radicem producti tãdem cubicam, cùm additioni, tum subtractioni etiam satisfactum erit.*

Ra. cu. 40	ad ra. cu. 135		Item ∛ 40	de ∛ 135
5 8	27		5 8	27
2	3		2	3
4	9		4	9
12	27		12	27
54	36		54	36
Summa omnium			*Id quod relinquitur.*	
125			1	
com. numerus 5			*com. numerus* 5	
625 *quare*			5. *quare*	
ra. cu. 625 *ra*			∛ 5 *ra*	
dicum summa			*dix residua.*	

SEQVITVR ALGORITHMVS DE SVRDIS NVMERORVM TERTIAE QVANTITATIS,

seu, vt vocant, de surdis quadratorum de quadratis.

NVMERATIO, VEL ENVNCIATIO. *Caput I.*

ENunciatio eadem est quæ in præcedentibus, nisi quòd character, qui numero ascribitur, pro suo valore & natura exprimatur. Vt ra. ra. 29. Radicis radix, vel radix tertiæ quantitatis, numeri 29, exprimitur. Sic reliqua huius generis exempla omnia exprimi debent. Præponitur au-

tem huiusmodi surdis duplex ra. eo quòd bis ex eis radix quadrata elicienda sit: semel quidem ex ijs ipsis surdis, secundò verò ex eorum radicibus inuentis, quod obiter annotare libuit. Breuitatis verò, atq; compendij gratia, (vt suprà etiam indicauimus) solēt huiusmodi numeri notari & repræsentari duplici puncto & cæ. sic √, vt √ 29, quod & ipsum notandum est.

MVLTIPLICATIO ET DIVISIO.

Caput II.

Perficiuntur hæ duæ species, Multiplicatio & Diuisio, eodem modo quo in superioribus traditum est: nisi quòd vltimò, ratione appellationis, tam de multiplicationis producto, quàm etiam diuisionis exeunte, radix tertiæ quātitatis, hoc est radix quadrata de radice quadrata elici debeat.

EXEMPLA MVLTIPLICATIONIS SVNT.

rá. ra 21 *cum ra. ra.* 12 — *produ. ra. ra.* 252.
Item √ 27 *cum* √ 12 — *produ.* √ 18.

ALIA EXEMPLA.

√ 162 *cum* √ 32 — *produ.* √ 72
Item ra. ra. 7 $\frac{1}{5}$ *cum ra. ra.* $\frac{4}{5}$ — *produ. ra.* 2 $\frac{2}{5}$

ADHVC ALIA.

√ 24 *cum* 6 *vel contra.* — *produ.* √ 31104
Item √ 45 *cum* 4 $\frac{1}{2}$ — *produ.* √ 1;067 $\frac{5}{9}$

EXEMPLA DIVISIONIS.

√ 84 *in* √ 7 — *exit* √ 12
Item ra. ra. 48 *in ra. ra.* 12 — *exit ra.* 2.

ALIA EXEMPLA.

√ 873 *in* √ 97 — *exit* √ 3
Item √ 66 *in* √ 8 — *exit* √ 8 $\frac{1}{2}$

ALIA EXEMPLA.

√ 5 $\frac{1}{7}$ *in* √ 3 $\frac{1}{5}$ — *exit* √ $\frac{28}{45}$
√ 12 $\frac{1}{2}$ *in* √ 4 $\frac{1}{2}$ — *exit* √ 1 $\frac{1}{3}$
√ 12 *in* √ 8 $\frac{1}{3}$ — *exit* √ 1 $\frac{1}{5}$

APPENDIX AD EA QVAE HACTENVS, CVM IN HOC, *tum etiā in præmissis Algorithmis, de multiplicationibus & diuisionibus surdorum commemorata sunt, cognitu necessarius.*

Cùm hactenus tantum, quomodo similium appellationum surdi inter *se, surdus item cum rationali numero, vel contrà, per has duas species tractari debēt, traditum sit, haud raro autem accidere soleat, quòd etiam diuersarum appellationum surdi inter se his regulis tractandi occurrant, & illorum tractatio nunc, ne quid in præmissa de surdis descriptione desiderari possit, paucis præscribetur.*

Si duos igitur diuersarū appellationum surdos inter se multiplicare, aut vnum in alterum diuidere propositum sit, vtriusque appellationis numerus secundum appellationem numeri alterius multiplicandus est. quo facto, producuntur duo numeri alij, alia etiam, & vna quidem, horum productorum appellatio: quibus postea, vel vno cum altero multiplicato, vel vno in alterum diuiso, res confecta erit. Quam verò hi producti numeri sortiuntur appellationem, in additis & diminutis, circa multiplicationem dudum, iam traditum est.

EXEMPLA HVIVS SVNT.

ra. 24		*ra. cu.* 16
ra. 72	*cum, vel in*	*ra. ra.* 32
ra. cu. 32		*ra. ra.* 8

Producuntur ratione quidem multiplicationis,

Primò, Radix quintæ quantitatis, hoc est, radix quadrati cubica, numeri 3538944.

Secundò, Radix tertiæ quantitatis, hoc est, radicis radix, numeri 165888.

Tertiò, Radix vndecimæ quantitatis, hoc est, radix cubica de quadrati quadrato, vel contra, numeri 536870912.

Ratione verò diuisionis, exeunt iisdem quantitatibus denominati numeri,

Primò quidem 54, *secundò verò* 162, *ac tertiò deinde* 2048. *&c.*

ALIA EXEMPLA IN RATIONALIBVS.

√ 4		√√ 8		4	1
√ 9	*cum vel in*	√√ 16	*pro.*	6	*vel ex.* $1\frac{1}{2}$
√√ 27		√√ 81		9	1

APPENDICIS COMPENDIVM.

Habet hæc operatio suum quoque compendium, in exemplis nimirum, vbi aliqua est in appellationibus numerorum conuenientia & similitudo. Vt si, exempli gratia, hi duo surdi, ra. 6 *& ra. ra.* 12, *vnus cum altero* *multiplicari, vel in alterum diuidi debeat, numerus 6 quadratè tantum multiplicari, 12 verò prout sunt, ita absque immutatione relinqui debent. Producitur autem multiplicatione quidem, ra. ra. 432, diuisione verò exit ra. ra. 3. Sic radice quadrata de radice cubica, vel contrà radice cubica de radice quadrata aliquis numerus notatus, si cum numeri alterius radice cubica, vel radice quadrata multiplicari, seu in eam diuidi debeat, numerus multiplicans seu diuidens, ratione quidem cubi, in se tantum quadratè, ratione verò quadrati, in se tantum cubicè multiplicandus erit.*

ADDITIO ET SVBTRACTIO.
Caput III.

QVinetiam hac tractatione, surdi aliàs commensurabiles sunt, aliàs verò incommensurabiles. Qui igitur commensurabiles inter se sunt surdi, ad suæ appellationis rationales, hoc est, ad tertiæ quantitatis numeros reducendi sunt, ac si quidem additio instituitur, radices horum addi: quòd si verò subtractio, vna radix ab altera subtrahi debet. Quo facto, vtriusque, hoc est, tam eius quod ex additione colligitur, quàm etiam eius quod per subtractionem relinquitur, tertia quantitas, cum communi numero multiplicetur, & erit eius quod producitur, Radicis radix, seu tertiæ quantitatis radix: hìc quidem radicis radix residua, illic verò harum summa. Quòd si incommensurabiles & planè surdi sunt, tum illorum additio & subtractio percommodè signo affirmatiuo, +, & negatiuo, —, absoluuntur.

EXEMPLA PARTIS PRIORIS.

Additio

ra ra. 32 ad $\surd$ 162 — *Item,*

2 16 81

2 3

5

625

2 — *communis numerus*

1250

ra. ra. 1250, *radicum summa*

Subtractio.

ra. ra. 32 de $\surd$ 162

2 16 81

2 3

1

1

2

2

ra. ra. 2, *radix residua.*

ALIA EXEMPLA.

$\sqrt{}\,5\tfrac{1}{16}$ *ad* $\sqrt{}\,39\tfrac{1}{16}$ *Item,* $\sqrt{}\,5\tfrac{1}{16}$ *de* $\sqrt{}\,39\tfrac{1}{16}$

In integris sub vna denominatione, sedecima nimirum.

$\sqrt{}\,81$ *ad* $\sqrt{}\,625$ *Item,* $\sqrt{}\,81$ *de* $\sqrt{}\,625$

3 5	3 5
8 *in se, &c.*	2 *in se*
4096	16,
~~3~~	*diuisa in*
~~283~~	16.
~~4496~~	
Facit $\dfrac{\sqrt{}\,256}{16}$ *id est* 4	*exit seu manet* 1

Est autem hoc exemplum in numeris rationalibus expositum.

Sequitur iam simile in irrationalibus.

$\sqrt{}\,266\tfrac{7}{9}$ *ad* $\sqrt{}\,1350\tfrac{9}{16}$ *Item,* $\sqrt{}\,266\tfrac{7}{9}$ *de* $\sqrt{}\,1350\tfrac{9}{16}$

In integris sub vna denominatione, 144

$\sqrt{}\,38416$ *ad* $\sqrt{}\,194481$ *Item,* $\sqrt{}\,38416$ *de* $\sqrt{}\,194481$

16 81	16 81
2 2	2 3
5	1
in se, &c.	*in se*
625	1
cum 2401	*cum* 2401
pro. 1500625 *in* 144 *diui.*	*pro.* 2401 *in* 144 *diuisa,*
exeunt $\dfrac{\sqrt{}\,1500625}{144}$	*exeunt* $\dfrac{\sqrt{}\,2401}{144}$
Radicum igitur summa, radix quadrata numeri $102\tfrac{1}{12}$	*Radix igitur residua, ra. quadrata numeri* $4\tfrac{1}{12}$

EXEMPLA PARTIS POSTERIORIS.

$\sqrt{}\,18$ *ad* $\sqrt{}\,24$ *Item,* $\sqrt{}\,18$ *de* $\sqrt{}\,24$

veniunt $\sqrt{}\,24 + \sqrt{}\,18$ *ma.* $\sqrt{}\,24 - \sqrt{}\,18$

ALIA.

$\sqrt{}\,7\tfrac{1}{3}$ *ad* $\sqrt{}\,12\tfrac{1}{2}$ *Item,* $\sqrt{}\,7\tfrac{1}{3}$ *de* $\sqrt{}\,12\tfrac{1}{2}$

veniunt $\sqrt{}\,12\tfrac{1}{2} + \sqrt{}\,7\tfrac{1}{3}$, *ma.* $\sqrt{}\,12\tfrac{1}{2} - \sqrt{}\,7\tfrac{1}{3}$

SEQVITVR ALGORITHMVS DE *Binomiis & Residuis.*

Est autem Binomium seu ex binis nominibus linea, vt eam Euclides, per 36 decimi libri propositionem, definit, linea irrationalis, quam duæ rationales, potentia tantum commensurabiles, in directum sumptæ, constituunt. vt $4 + \surd 7$, $\surd 12 + 3$, $\surd 27 + \surd 15$, $4 + \surd 8$, $\surd 12 + 2$, $\surd 27 + \surd 18$, *& si quæ sunt alia. Residuum verò seu Apotome, vt idem Euclides id per 73 decimi propositionem definit, linea irrationalis, quā duæ rationales potentia tantum cōmensurabiles, quarū vna ab altera si ablata fuerit, tandem relinquunt.* vt $4 - \surd 7$, $\surd 12 - 3$, $\surd 27 - \surd 15$ $4 - \surd 8$, $\surd 12 - 2$, $\surd 27 - \surd 18$, *& id genus alia multa.*

ENVNTIATIO. CAP. I.

Habet hæc Binomiorum & Residuorum tractatio, nibil ferè difficultatis, cùm illorum operationes omnes suis regulis superius descriptæ sint. Et quia Enunciatio est facilis, cū ex præcedentibus constet & intelligatur: Sequitur igitur

ADDITIO. CAP. II.

In Additione Binomiorum & Residuorū, qui vnius sunt appellationis numeri, addantur simul, absoluti scilicet absolutis, & denominati denominatis, vt superius traditum est, ratione interim signorum + & — habita.

SEQVVNTVR EXEMPLA, ET *primò de Binomiis.*

4 + *ra.* 7	*ra.* 27 + *ra.* 15
4 + *ra.* 8	*ra.* 27 + *ra.* 18
8 *plus radix binomij*	*ra.* 108 *plus radix binomij*
15 + $\surd$ 224	33 + $\surd$ 1080
Vel 8 *plus* $\surd 7 + \surd 8$	*Vel* $\surd$ 108 *plus* $\surd 15 + \surd 18$.

ALIA EXEMPLA.

ra. 12 + 3	8 + *ra.* 28
ra. 12 + 2	4 + *ra.* 7
ra. 43 + 5	12 + *ra.* 63

SEQVITVR SECVNDO EXEMplum de Residuis.

4 — ra. 7
4 — ra. 8

8, minus radix Binomij. 15 + ra. 224
Vel 8, minus radix 7, minus item ra. 8

ALIA EXEMPLA.

ra. 48 — 6
ra. 3 — 1
---
ra. 75 — 7

ra. 3 — ra. 2
3 — ra. 5
---
3 + ra. 3 — ra. 2 — ra. 5

ALIVD EXEMPLVM.

ra. 1620 — 18
54 — ra. 1620

Summa 36.

SEQVVNTVR TERTIO EXEMPLA de Binomiis & Residuis.

4 + ra. 7
4 — ra. 8

8, minus radix residui
15 — ra. 224
Vel ma. 8 + √7 — √8

4 + ra. 8
4 — ra. 7
---
8 plus radix residui
15 — ra. 224
Vel ma. 8 + √8 — √7.

ALIA DVO EXEMPLA.

ra. 12 + 3
ra. 12 — 3
---
ra. 48

4 — ra. 7
3 + ra. 28
---
7 + ra. 7

SVBTRACTIO. CAP. III.

Quemadmodum in Additione, vnius appellationis numeri addendi: ita nunc, vt Subtractio perficiatur, vnus ab altero, absolutus scilicet numerus ab absoluto, & denominatus à denominato subtrahendus est. Quòd si interea, quid cum signis + & — fieri debeat, non oscitanter obserues, nihil est quod vltra desiderare possis.

SEQVVNTVR EXEMPLA, ET PRIMÒ de Binomiis,

ra. 12 + 3	12 + ra. 63
ra. 12 + 2	8 + ra. 28
manet 1	4 + ra. 7

ALIVD EXEMPLVM.

4 + ra. 8
4 + ra. 7

manet radix residui 15 — $\surd$ 224, vel ma. $\surd$ 8 — $\surd$ 7.

EXEMPLA SECVNDO DE RESIDVIS.

4 — ra. 7	4 — ra. 8
4 — ra. 8	4 — ra. 7
manet	Impossibile, vel ma.
ra. residui 15 — $\surd$ 224	minus radix resi. 15 — $\surd$ 224

ALIA DVO EXEMPLA.

ra. 60 — ra. 20	ra. 12 — 6
ra. 20 — ra. 15	6 — ra. 12
ma, ra. 135 — ra. 80	ma. ra. 48 — 12

ALIA EXEMPLA.

6 — ra. 24	ra. 108 — 9
3 — ra. 6	ra. 48 — 4
3 — ra. 6	ra. 12 — 5

SEQVVNTVR TERTIO EXEMPLA DE Binomiis & Residuis.

4 + ra. 7	ra. 27 — 8
4 — ra. 7	ra. 3 + 4
ma. ra. 28	ma. ra. 12 — 12

ALIVD EXEMPLVM.

24 + ra. 24	Vel	24 + ra. 12
16 — ra 12		16 — ra. 24

manent vtrobiq; 8 plus radix Bino. 36 + $\surd$ 1152

ADHVC ALIVD EXEMPLVM.

24 — ra. 24	24 — ra. 12
24 + ra. 12	24 + ra. 24

manent vtrobiq; 8 minus radix Bino. 36. + $\surd$ 1152.

MVLTIPLICATIO. CAP. IIII.

MVltiplicentur singularum appellationum numeri multiplicantis, cum singularum appellationum numeris ipsius multiplicandi, productis deinde singulis cũ suis signis debito modo additis, multiplicatio absoluta erit. Hoc tamen curabitur semper, vt singuli duo numeri, qui inter se multiplicari debent, vnius sint denominationis. quòd si sic, facilis erit omnis multiplicatio. Sin minus, multiplicatione, vt vna & eadem sit eorum denominatio, efficiendum est.

SEQVITVR EXEMPLVM.

4 + *ra.* 7
4 + *ra* 8
pro. 16 + *ra.* 128 + *ra.* 112 + *ra.* 56.

ALIA DVO EXEMPLA.

12 + *ra.* 20
12 + *ra.* 20
164 + *ra.* 11520

ra. 12 + 3
ra. 12 + 2
18 + *ra.* 300

ALIVD EXEMPLVM.

6 — *ra.* 5
6 — *ra.* 5
— *ra.* 180 + 5
+ 36 — *ra.* 180
produ. 41 — *ra.* 720

ALIA DVO EXEMPLA.

ra. 12 + 6
6 + *ra.* 12
ra. 1728 + 48

ra. 12 — 6
6 — *ra.* 12
ra. 1728 — 48

ADHVC ALIA DVO.

4 + *ra.* 7
4 — *ra.* 7
produ. 9

ra. 12 + 6
6 — *ra.* 12
produ. 24

BREVIS REGVLARVM DIVISIO. CAP. V.

IN Diuisione Binomiorum & Residuorum, cum diuisor aut numerus absolutus, aut denominatus, aut Binomium seu Residuum, esse posit, ad diuisionem commodius absoluendam, distinctione quadam opus erit. Diuisor itaque si numerus absolutus vel denominatus fuerit, in eum singuli ipsius diuidendi numeri, vt dictũ est, diuidantur. etenim exeuntibus deinde cum suis signis simul collectis, diuisio peracta erit. Quòd si fuerit Binomium, seu residuum: tunc tam diuisor, quàm etiam diuidendus, per diuisoris contrarium nomen, hoc est per Residuum, si binomium ipse fuerit: vel per binomium si residuũ fuerit, multiplicari debet: nam productis deinde (cum hæc ex 17 propositione Euclidis lib. septimi, eandem quam ipsi multiplicati, hoc est, diuidendus & diuisor propositi, rationem custodiant) illo scilicet quem diuidendus dederit in alterum, diuisis, diuisio peracta erit.

EXEMPLA PARTIS PRIORIS.

$\dfrac{8 + \textit{ra.}\ 20 \quad \textit{in} \quad 2}{\textit{exeunt} \quad 4 + \textit{ra.}\ 5}$ *Item,* $\dfrac{\textit{ra}\ 24 - 8 \quad \textit{in} \quad 3}{\textit{exit ra.}\ 2\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3}}$

ALIA PRIORIS PARTIS EXEMPLA.

$\dfrac{8 + \textit{ra.}\ 20 \quad \textit{in} \quad \textit{ra.}\ 5}{\textit{exit ra.}\ 12\frac{4}{5} + 2}$ *Item,* $\dfrac{\textit{ra.}\ 24 - 8 \quad \textit{in} \quad \surd 6}{\textit{exeunt}\ 2 - \textit{ra.}\ 10\frac{2}{3}}$

EXEMPLVM PARTIS POSTERIORIS.

Diuidatur ra. 72 + ra. 32 *in* $\surd 10 + \surd 8$

Multiplicetur igitur vterq; numerus per $\surd 10 - \surd 8$, *diuisoris Residuũ, contrarium scilicet nomen, & producuntur* ra. 2000 — 40, *diuidendus.* 2 *verò, numerus diuisor, diuisione deinde facta, erit exiẽs* ra. 500 — 20, *quod quidem multiplicatione eius cum diuisore primò posito, vt sequitur, probari poterit.*

$$\begin{array}{r} \textit{ra.}\ 500 - 20 \\ \textit{ra.}\ 10 + \textit{ra.}\ 8 \\ \hline + \textit{ra.}\ 4000 - \textit{ra.}\ 3200 \\ \textit{ra.}\ 5000 - \textit{ra.}\ 4000 \qquad\qquad \\ \hline \end{array}$$

produ. ra. 5000 — ra. 3200, *atq; tantus est etiam diuidendus primò positus,* ra. 72 + ra. 32, *id quod subtractione tandẽ & additione patebit.*

SEQVVNTVR ALIA EXEMPLA.

Diuidantur 9 *in residuum* 4 — *ra.* 7, *vel in Binomium* 4 + *ra.* 7
Exeunt hic quidem 4 — *ra.* 7, *illic verò* 4 + *ra.* 7.
Diuidatur Binomium 23 + *ra.* 448 *in* 4 + *ra.* 7
Exeunt 4 + *ra.* 7.
Quæritur autem huius diuisionis diuidendus numerus sic,

Multiplicentur	*Subtrahatur*
$23 + \sqrt{448}$	$\sqrt{2703}$ *de* $\sqrt{7168}$
cum $4 - \sqrt{7}$	7 529 1024
$92 - \sqrt{3136}$	23 32
$- \sqrt{3703}$	9 *in se*
$+ \sqrt{7168}$	81
	7
produ. $36 + \sqrt{567}$ *diuidendus*	$\sqrt{567}$. *Cætera nunc sunt facilia.*

Diuidantur 48 + *ra.* 432 + *ra.* 384 + *ra.* 72, *in Binomiū* 8 + *ra.* 12.
exeunt 6 + *ra.* 6, *id quod multiplicatione diuisoris cum exeunte probari potest.*

Diuidatur ra. 448 + *ra.* 336 *in ra. ra.* 252 + *ra. ra.* 28.
Exit ra. ra. 252 + *ra. ra.* 28.

DE EO QVOMODO DISCREPANTIA BINOMIORVM ET RESIDVORVM *cognoscatur, quomodo deinde ex eis radices quadratæ elici debeant.*

Caput 6.

Quid sit Binomium in genere, quid item Residuum, ab initio huius Algorithmi dictum est. Et quia sex sunt tantum Binomiorum varietates seu species, quæ sit cuiusque propria definitio, nunc subiungere visum est.

EST IGITVR BINOMIVM, SEV EX BINIS NOMINIBVS

Prima, secunda, tertia, Quarta, quinta vel sexta.

irrationalis quadam, ex duabus rationalibus, potentia tantum commensurabilibus composita, recta linea, quarum longior breuiori maius poteſt in quadrato linea, longiori longitudine

dine	commensurabili, cuius item	longior / breuior / neutra	portio proposita rationali longitudine commẽsurabilis existit, sicut est ex binis nominibus	Prima,	vt	$6 + \surd 20$
				secunda,		$\surd 18 + 4$
				tertia,		$\surd 24 + \surd 18$
	incommensurabili, cuius item	longior / breuior / neutra	portio proposita rationali longitudine commensurabilis existit, sicut est ex binis nominibus	Quart.	vt	$6 + \surd 24$
				quinta,		$\surd 18 + 3$
				sexta,		$\surd 24 + \surd 12$

Et tantum quidem de Binomiorum definitionibus. Residua porrò per aphæresin eodem modo se habent, quare

RESIDVVM SEV APOTOME

Prima, secunda, tertia. Quarta, quinta vel sexta.

est irrationalis quadam, ex duabus rationalibus, potentia tantùm commensurabilibus, vbi quidem vna ab altera ablata fuerit tandem relicta, cuius tota ablata maius poteſt in quadrato linea, ipsi toti longitudine

dine	commensurabili, cuius item	Tota / ablata / neutra	exposita rationali longitudine commensurabilis existit, sicut est apotome.	Prima,	vt	$6 - \surd 20$
				secunda,		$\surd 18 - 4$
				tertia,		$\surd 24 - \surd 18$
	incommensurabili, cuius item	Tota / ablata / neutra.	exposita rationali longitudine commensurabilis existit, sicut est apotome	Quart.	vt	$6 - \surd 20$
				quinta,		$\surd 18 - 4$
				sexta.		$\surd 24 - \surd 18$

Ex his

Ex his nunc patet, tam Binomia quàm etiam residua, licet aliquid commune habeant, nimirum quòd omnia in genere irrationales sint lineæ, duas item rationales, potentia tantum commensurabiles, rectas lineas ad earum constitutionem requirant, in triplici esse differentia, quarum prima quidem est. Quòd licet in omnibus Binomijs, lõgioris portionis quadratum, quadrato breuioris portionis maius sit, tamen in prioribus tribus, primo scilicet secundo & tertio, Binomijs, quadratum longioris breuioris portionis quadrato maius est, in quadrato lineæ, longiori longitudine commensurabili: in posterioribus verò, maius est in quadrato lineæ, longiori longitudine incommensurabili. vt, 12 + ra. 23, ra. 45 + 5 & ra. 20 + ra. 15. Item 12 + ra. 24, ra. 45 + 6 & ra. 20 + ra. 14.

Secunda verò, quòd Binomium primum & quartum, longiorem portionẽ rationalem, breuiorem verò irrationalem: & contra, Binomium secũdum & quintum, breuiorem rationalem, longiorem verò irrationalem habeant. vt, 18 + ra. 35, est Binomium primum, 18 + ra. 38, quartum. Sic ra. 48 + 6, secundum. sed ra. 48 + 5, quintum. Ac tertia deinde, quòd Binomium tertium & sextum, neutram portionem rationalẽ, sed vtramq; irrationalem habeant. vt ra. 60 + ra. 45, quod est tertium, at, ra. 60 + ra. 35, sextum Binomium est. Atq; secundum has differentias nunc facilè erit cuiuis, qualecunq; Binomium propositum fuerit, cuiusnam ordinis Binomium sit, indicare.

ET QVIA IAM VNVMQVODQVE BINOMIVM, PER CONSEQVENS ETIAM VNVMQVODQVE RE*siduum, cuiusnam ordinis Binomium vel residuum sit, intelligi potest: ad alterum huius capitis punctum, quomodo scilicet ex eis radices quadratę elici debeant, accedendum erit.*

QVòd omne Binomium poßit esse radix quadrata alterius cuiusdã Binomij, ex eo perspici potest, quòd aliàs in absolutis numeris accidere consueuit, multiplicatione scilicet sui in se. Quòd item contrà, omne Binomium sit quadratum, seu radicem quadratam habeat, cum Euclides in senario decimi libri quarto, cuius initium est propositio 54: finis verò 59, singulorum Binomiorum radicibus propria nomina imponat, nisi hæ inueniri poßent, ineptè fecisset, si rebus, quæ non sunt, nomina & appellationes imposuisset. Ex hoc igitur quarto decimi Euclidis senario commodè & verè infertur, omnia Binomia quadrata esse, *atq; sic etiam radices quadratas habere, licet de numero absoluto illud idem non concedatur. Dicit autem Euclides in prima huius senarij propositione, quod Areolam, hoc est, spatium sub rationali, atque ex binis nominibus prima comprehensum, potens, Irrationale sit, Ex binis item nominibus linea vna vocetur. Vnde nũc, cùm rationale id Vnitas etiam esse possit, vnitas insuper in quemcunq; numerum, vel quantitatem ducta, eandem producat rectam lineam, ex binis nominibus primam potentem, hoc est, primi Binomij tetragonicum latus, Binomium esse, facile colligitur. Eodem modo ex sequentibus huius senarij propositionibus ordine habetur. Secundi Binomij radicem quadratam, esse lineam irrationalem, atq; Ex binis medijs primam Tertij: lineam irrationalem, atq; Ex binis medijs secundam, Quarti: lineam irrationalem, atq; Maiorem. Quinti verò: lineam irrationalem, atq; Rationale & medium potẽtem. Sexti deinde: lineam irrationalem, atq; Duo media potentem. Hæc ille. Et quia iam satis constat, singula Binomia radices quadratas habere, hæ quomodo nunc ex singulis elici debeant, per canonem quendam generalem tradetur.*

PRO ELICIENDIS BINOMIORVM RADICI- *bus quadratis, canon quidam generalis.*

Binomio proposito, subtrahatur minoris quadratum de quadrato nominis maioris, atq; in residui quarta parte, vbi radix quadrata quæsita ac inuenta fuerit, ea medietati maioris nominis adijciatur: & erit eius quod inde colligetur radix quadrata, vna inueniendæ radicis portio. Porrò si collectũ hoc, de toto maiori nomine subtrahatur, tum radix residui quadrata, alterã portionem ostendet. Vtrisque igitur portionibus per signum + copulatis, tota Binomij propositi radix quadrata, sese exhibebit.

SEQVVNTVR NVNC PRO SINGVLIS BINO- *miis singula exempla.*

23 + *ra.* 448 *Binomium primum.*

529 *maioris nominis quadratum,*
448 *minoris nominis quadratum,*

81 *residuum,* $\frac{81}{4}$ *residui quarta pars*
$4\frac{1}{2}$ *quartę partis radix, ad* $11\frac{1}{2}$ *medietatem maioris,*
venitũ 16, *collectũ:* 4 *deinde collecti radix, & vna inueniẽdæ radicis portio.*

23 *totum & eius nomen,*
16 *collectum,*

7 *residuum: ra.* 7 *deinde,*

Residui radix, & altera inuenienda radicis portio.
Tota igitur Binomij propositi radix quadrata,
4 + *ra.* 7, *quæ erat inuenienda.*

Est autem, vt habet propositio huius iam commemorati senarij prima, linea irrationalis, & Ex binis nominibus vna. Quòd porrò sit vera Binomij radix, id multiplicatione sui in se probari potest.

ALIA DVO EXEMPLA, DE BINOMIO

secundo,	*tertio,*
ra. 448 + 14	*ra.* 448 + *ra.* 336
448	448
196	336
252	112
63	28
ra. 63 *ad ra.* 112, *veniunt*	*ra.* 28 *ad ra.* 112, *veniunt*
ra. 343, *de ra.* 448, *ma. ra.* 7	*ra.* 252 *de ra.* 448, *ma. ra.* 28
ergo √ 343 + √ 7	*ergo* √ 252 + √ 28

radix quadrata est Binomij propositi

Linea item irrationalis, & respectu quidem Binomij secundi, Ex binis mediis prima, vt habet propositio secunda. Consideratione verò Binomij tertij, linea irrationalis, & Ex binis mediis secunda, vt habet propositio tertia. Quòd porrò veræ Binomiorum radices quadratæ inuentæ sint, id multiplicatione, vt sequitur, examinari potest.

EXAMEN.

Binomij secundi,	*Binomij tertij.*
ra. ra. 343 + *ra. ra.* 7	√ 252 + √ 28
ra. ra. 343 + *ra. ra,* 7	√ 252 + √ 28
ra. 343 + *ra.* 7	√ 252 + √ 28
ra. ra. 2401 *vel* 7	√ 7056
ra. ra. 2401 *vel* 7	√ 7056
Summa productorum.	
ra. 448 + 14	√ 448 + √ 336
Binomia	*proposita*

ALIVD EXEMPLVM DE BINOMIO QVARTO.

24 + *ra.* 448

576 *maioris nominis quadratum,*
448 *minoris nominis quadratum,*
128 *Residuum,*
32, *residui quarta pars,*

ra. 32, *quartę partis radix, ad* 12, *medietatem maioris, colliguntur* 12 + *ra.* 32, *cuius radix quadrata, Radix Binomij* 12 + *ra.* 32, *vna ęq. portio.*

24, *Totum maius nomen,*
12 + *ra.* 32, *id quod collectum est,*

manent 12 — *ra.* 32, *cuius radix quadrata, quæ est, Radix residui* 12 — √ 32, *portio altera.*

Tota igitur Binomij propositi radix quadrata est, Radix vtriusq; tam scilicet Binomij 12 + √ 32, *quàm etiā residui* 12 — √ 32.

Est autem linea irrationalis, & Maior vocatur, vt dicit propositio huius senarij quarta. Quòd porrò sit vera propositi Binomij radix, multiplicatione, vt sequitur, probari potest.

Radix Binomij 12 + √ 32, & *radix resi.* 12 √ 32
Radix Binomij 12 + √ 32, & *radix resi.* 12 — √ 32

12 + √ 32, + 12 — √ 32
ra. 112
ra. 112

Summa productorum 24 + *ra.* 448, *Binomium scilicet propositum: bene igitur.*

ALIA DVO EXEMPLA DE BINOMIO

quinto,	*sexto,*
ra. 448 + 12	*ra.* 448 + *ra.* 352
448 *ma. nominis qua.*	448 *ma. no. quadratum*
144 *mi. nominis qua.*	352 *mi. no. quadratum*
304	96
76	24
ra. 76 *ad ra.* 112,	*ra.* 24 *ad ra.* 112,
colligitur ra. 112 + *ra.* 76.	*colligitur ra.* 112 + *ra,* 24.

Huius nunc radix quadrata, nimirum radix Bino-

mij ra. 112 + ra. 76. *vna portio.*	*mij* ra. 112 + ra. 24 *vna portio*
ra. 448 *Totum ma. no.* ra 112 + ra. 76. *Id quod col.*	ra. 448 *Totum &c a.* ra. 112 + ra. 24 *Id*
ma. ra. 112 — ra. 76.	ma. ra. 112 — ra. 24.

Huius nunc radix quadrata, nimirum Radix re-

sidui ra. 112 — ra. 76. *pars altera.*	*sidui* ra. 112 — ra. 24 *pars altera.*

Binomij igitur propositi radix est.

Radix vtriusq;	*Radix vtriusq;*
Binomij scilicet $\surd$ 112 + $\surd$ 76	*bino. scilicet* $\surd$ 112 + $\surd$ 24
& Residui $\surd$ 112 — $\surd$ 76	*& residu.* $\surd$ 112 — $\surd$ 24

Est autem linea irrationalis, & vocatur

Rationale mediumq; potens,	*Duo media potens,*

vt quidem dicit propositio huius senarij

quinta	*sexta*

PROBA BINOMII QVINTI.

Radix Binomij $\surd$ 112 + $\surd$ 76 & ra. *residui* $\surd$ 112 — $\surd$ 76

Radix Binomij $\surd$ 112 + $\surd$ 76 & ra. *residui* $\surd$ 112 — $\surd$ 76

$\surd$ 112 + $\surd$ 76 & $\surd$ 112 — $\surd$ 76

+ 6

+ 6

Summa productorum ra. 448 + 12, *& bene.*

PROBA BINOMII SEXTI.

Radix Binomij $\surd$ 112 + $\surd$ 24 & ra. *residui* $\surd$ 112 — $\surd$ 24

Radix Binomij $\surd$ 112 + $\surd$ 24 & ra. *residui* $\surd$ 112 — $\surd$ 24

$\surd$ 112 $\surd$ 24 & $\surd$ 112 — $\surd$ 24

ra. 88

ra. 88

Summa productorum ra. 448 + ra. 352 + *& bene.*

Et hæc quidem de Binomiorum radicibus inueniendis dicta sufficiant. Simili modo iam agendum est cum Residuis, cùm & ipsa quadrata esse, atq; ita radices quadratas habere, ex propositione 91, & ordine sequentibus quinq; eiusdem decimi Euclidis manifestè pateat. Quare pro iis eodem modo operatione instituta.

Primi residui, quod est 23 — ra. 448, radix quadrata inuenitur esse, 4 — ra. 7. Est autem & ipsa Residuum, & irrationalis linea, vt habet propositio huius senarij prima. Secundi verò, quod est ra. 448 — 14 radix quadrata inuenitur, ra. ra. 343 — ra. ra. 7. Quæ est linea irrationalis, & Mediæ residua prima, ex propositione 92. Tertij autem, quod est ra. 448 — ra. 336, radix quadrata inuenitur, ra. ra. 252 — ra. ra. 28, quæ est linea irrationalis & Mediæ residua secunda, ex propositione 93. Quarti deinde, quod est 24 — ra. 448, radix quadrata inuenitur, Radix Binomij 12 + ra. 32, minus, radix residui 12 — ra. 32. quæ est linea irrationalis, & Minor vocata, ex propositione 94. Quinti itē, quod est ra. 448 — 12, radix quadrata inuenitur, Radix Binomij ra. 112 + ra. 76, minus radix residui ra. 112 — ra. 76. quæ est linea irrationalis, & cum rationali medium totum conficiens linea ex propositione 95. Sexti tandem, quod est ra. 448 — ra. 352. radix quadrata inuenitur, Radix Binomij ra. 112 + ra. 24 minus radix residui ra. 112 — ra. 24 quæ est linea irrationalis, & cum medio medium totum conficiens linea ex propositione huius senarij vltima 96.

Et licet satis iam superque, quomodo ex Binomiis, residuis item, radices quadratæ inueniri debeant, traditum sit, ne quid tamen huius artis studiosi habeant, quod conquerantur, vnius atque alterius exempli praxim, pro vtroque subiungere placuit. Sit itaque propositum inuenire radicem quadratam.

ex Binomio	*ex residuo*
72 — √ 2880	72 + √ 2880
5185	5188
2880	2880
2304	2304
576	576
24 *ad* 36	24 *ad* 36
veniunt 60 *de* 72	*veniunt* 60 *de* 72
manent 12	*manent* 12
ergo √ 60 + *(quia bino.)*	*ergo* √ 60 — *(quia resi.)*
√ 12, *propositi Binomij*	√ 12, *propositi residui*

radix quadrata erit.

SIT NVNC PROPOSITVM HARVM INVENTArum radicum, vt quæ ſunt Binomium & reſiduum ſextum, radices quadratas inuenire.

ra. 60 + ra. 21	ra. 60 — ra. 12
60	60
12	12
48	48
12	12
$\sqrt{}$ 12 ad $\sqrt{}$ 15	$\sqrt{}$ 12 ad $\sqrt{}$ 15
veniunt $\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12	veniunt $\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12
de ra. 60	de ra. 60
ma. $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12.	ma. $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12
Propoſiti igitur Binomij	Propoſiti igitur reſidui

radix quadrata eſt.

Radix vtriuſq; Binomij ſcilicet $\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12 & Reſidui $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12.	Radix Binomij $\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12, minus radix re. $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12.

SEQVITVR PROBA, INSTITVTA PRO reſiduo.

radix bi. $\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12 minus ra. re. $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12
radix bi. $\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12 minus ra. re. $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12

$\sqrt{}$ 15 + $\sqrt{}$ 12 plus $\sqrt{}$ 15 — $\sqrt{}$ 12
minus $\sqrt{}$ 3
minus $\sqrt{}$ 3

Summa pro. $\sqrt{}$ 60 — $\sqrt{}$ 12 Reſiduum propoſitum, bene igitur operatum.

EST PORRO QVIDAM CANON GENERALIS ALIVS, *per quem iuxta Algebræ regulas Binomiorum & reſiduorum radices inueniuntur, qui ſic ſe habet.*

Binomio vel Reſiduo aliquo propoſito, recipiatur dimidium portionis, vel nominis minoris, maiore deinde portione iuxta Algebræ regulas in duas partes ſic diuiſa, vt harum multiplicatio, vnius ſcilicet cum altera tantùm, quantum nimirum quadratum medietatis minoris fuerit, producat, res peracta erit, cùm tandem Binomij vel reſidui propoſiti radix, per harũ partium radices ſimul collectas, ratione Binomij: vel vna ab altera ſubtracta, ſi reſiduum propoſitum fuerit, ſignificetur. Hunc autem canonem infrà, vbi *res & similitudo postulauerint, tractabimus.*

Hactenus de radicibus, Binomiorū & Residuorum inueniendis. Ne quis autem terreatur, quòd in hac tractatione, decimi libri Euclidis subinde mentionem facimus, cum videlicet illa sine decimi libri cognitione intelligi nequeant, ac prius cognosci librum hunc oporteat, quàm harum explicatio regularum suscipiatur. Quòd ipsum sanè verum esset, si perfectam & integrā horum quis cognitionē requireret, sed tantùm de eis intelligere, vt quæ iam sequuntur, planiora sint, etiam si nullas planè adduxissemus propositiones, res satis descripta esset. Quare eas hanc ob causam solùm propositas à nobis esse existimet quispiam, vt nimirum earum operationes certis rationibus fundari persuasum sibi haberet: ansam deinde etiam, his nunc perceptis, arriperet, subtilius ista exquirendi, cùm iam sint aliquo modo descripta, & quodammodo primis lineamentis adumbrata.

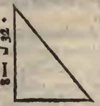
SEQVVNTVR NVNC AD AEQVATIONES SVPRA TRADITAS, AD EA *etiam quæ hactenus de surdis exposita sunt, commodius exercenda, exempla alia.*

Primum. Esto triangulum rectangulum, atq; cathetus eius 8 — √ 32, *basis verò & hypotenusa simul,* 16 — √ 128, *quanta erit vtraque, basis scilicet & hypotenusa linea seorsim quæritur.* *Facit*

Basis quidem	6 — √ 18
Hypotenusa verò	10 — √ 50

OPERATIO.

Cathetus ex hypothesi,	*sunt*	8 — √ 32
Sit autem nunc basis		1 *ra.*
Hypotenusa igitur, erunt		16 — √ 128 N *minus* 1 *ra.*



Et quia quadratum hypotenusæ in triangulo rectangulo, ex propositione 47 primi, quadratis catheti & basis linearū æquale est. Singularū igitur linearum quadratis acceptis, de eo etiam quod ab hypotenusa describitur, catheti vel basis, vtro voles quadrato subtracto, id quod relinquitur, ex cōmuni illa notitia, Si ab æqualibus æqualia subtrabantur, &c. alterius, basis quidē, vbi catheti, catheti verò, vbi basis quadratum subtractum fuerit, quadrato æquale erit.

SEQVITVR NVNC DICTORVM CALCVLVS.

$8 - \sqrt{32}$ N *Cathetus*	1 *radix Basis*
$8 - \sqrt{32}$	1 *ra.*
$96 - \sqrt{8192}$ *quadratum*	1 *pri. quadratum*

$16 - \sqrt{128}$ N *minus* 1 *ra. Hypotenusa.*

$16 - \sqrt{128}$ N *minus* 1 *ra.*

$256 +$ 128 N *plus* 1 *pri.*

$- \sqrt{32768}$ N *bis*

minus $16 - \sqrt{128}$ *radi. bis*

$384 - \sqrt{131072}$ N, *plus* 1 *pri. minus* $32 - \sqrt{512}$ *ra.*

quadratũ hypotenusæ. A quo primò quadratũ catheti, deinde etiam quadratũ basis subtrahendum est, & relinquũtur tandem, ratione quidem subtractionis prioris,

$288 - \sqrt{73728}$ N *plus* 1 *pri. minus* $32 - \sqrt{512}$ *ra.*

æquales vni primæ,

ratione verò subtractionis posterioris,

$384 - \sqrt{131072}$ N *minus* $32 - \sqrt{512}$ *ra.*

æquales $96 - \sqrt{8192}$ N

Et vltimò, iuxta illam communẽ notitiam, Si æqualibus æqualia adiiciantur, &c. Si item ab æqualibus æqualia subtrahantur &c. veniunt

$288 - \sqrt{73728}$ N *æqua.* $32 - \sqrt{512}$ *ra.*

Est prima æquatio. Diuisione igitur numeri quantitatis debilioris, in numerum quantitatis potentioris, radicis valor cognoscendus: per eum deinde, Basis quantitas exprimenda est.

Quoniam autem huius diuisionis diuidens quantitas est residuum, per suum igitur Binomium, quod est $32 + \sqrt{512}$, *alia diuidenda, alia item quantitas diuidens, multiplicatione inuenienda est, vt sequitur.*

$288 - \sqrt{73728}$	$32 - \sqrt{512}$
cum $32 + \sqrt{512}$	*cum* $32 + \sqrt{512}$
$9216 + \sqrt{6144}$	$1024 - 512$
$- \sqrt{73728}$	
$+ \sqrt{41472}$	
$3072 - \sqrt{4608}$ { *millies vicies quater*	*hoc est*
Quantitas diuidenda	512 *diuidens*

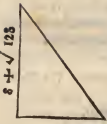
INSTITVATVR NVNC DIVISIO.

4
0
214

Diuidatur 3072 — √ 4608 *millies vicies &c.*

exeunt 6 + √ 18, *& tanta est basis quantitas.*

in 512   512. *quinquagies deci-*
256   *es bis.*



Et quia iam basis quantitas nota est, quanta hypotenusa sola fuerit, cum hæ duæ quantitates simul, ex hypothesi, 16 — √ 128 sint, subtractione manifestabitur

ALIVD EXEMPLVM SIMILE.

Triangulum esto rectangulum, atque cathetus eius 8 + √ 128, *basis verò & hypotenusa simul,* 16 + √ 512, *quanta erit vtraque, basis scilicet & hypotenusa, linea seorsum, quæritur. Facit*

Basis quidem	6 + √ 72
Hypothe. verò	10 + √ 200

OPERATIO.

Cathetus, ex hypothesi sunt	8 + √ 123
Sit autem nunc basis	1 *radix*
Hypotenusa igitur erunt	16 + √ 512 *minus* 1 *ra.*

Multiplicatione quærantur quadrata laterum, & erunt

Catheti quidem	192 + √ 32768
Basis verò	1 *pri.*

ac hypotenusa deinde,

768 + √ 524288 N, *plus* 1 *pri. minus* 32 — √ 2048

Quare, iuxta penultimam propositionem primi,

768 + √ 524288 N, *plus* 1 *pri. minus* 32 — √ 2048
æquales 192 + √ 32768 N. + 1 *pri.*

Atq; vltimò tandem, iuxta communes notitias additione & subtractione facta, veniunt

576 + √ 294912 N *æqua.* 32 + √ 2048 *ra.*

Est autem

Est autem prima æquatio. Numerus igitur characteris N, *tanquã debilioris, in numerũ characteris potentioris, ra. diuidendus est, vt sequitur.*

Quæratur primò nouus diuidendus, nouus item diuisor, per multiplicationem vtriusque cum diuisoris contrario nomine, residuo nimirum $\sqrt{2048} - 32$.

$\sqrt{294912} + 576$	$\sqrt{2048} + 32$
cum $\sqrt{2048} - 32$	*cum* $\sqrt{2048} - 32$
$24576 - 18432$	$2048 - 1024$
$- \sqrt{301989888}$	*hoc est*
$+ \sqrt{679477248}$	
$6144 + \sqrt{75497472}$	1024
Diuidendus	*Diuisor.*

1
9 1
1 0 7 1 1
2 2 6 3 2 8 8
6 1 4 4 + $\sqrt{}$ 7 5 4 9 7 4 7 2
6 + $\sqrt{72}$ *basis.* *Quæsita.*
1 0 2 4 1 0 4 8 5 7 6

basis & hypotenusæ aggregato subtrahatur, relinquuntur 10 + $\sqrt{200}$, *hypotenusæ quantitas, vt suprà.*

Calculus porrò subtractionis præcedentis sic instituatur.

	$\sqrt{301989888}$	*de*	$\sqrt{679477248}$
8	37748736		84934656
4	9437184		21233664
	3072	*de*	4608
	manent 1536 *in se*		
	produ. 2359296		
	communis nu. 32		
	75497472		

Porrò triangulorum areæ sunt, prioris quidem $36 - \sqrt{1152}$, *posterioris verò* $72 + \sqrt{4608}$. *Id quod ex propositione* 41 *primi, & canone quodam generali, in eodem primo libro exposito, facilè colligetur.*

OPERATIO TRIANGVLI PRIORIS

per canonem.

Latera		*Excessus*
$10 - \sqrt{50}$		$2 - \sqrt{2}$
$8 - \sqrt{32}$		$4 - \sqrt{8}$
$6 - \sqrt{18}$		$6 - \sqrt{18}$
$24 - \sqrt{288}$	*Medietas*	$12 - \sqrt{72}$

$12 - \sqrt{128}$ *primum,* $108 - \sqrt{10368}$ *secundum,*

$2448 - \sqrt{5971968}$ *tertium productum.*

Huius igitur radice vt sequitur quæsita,

$2448 - \sqrt{5971968}$

5992704 *maioris quadratum,*

5971968 *minoris quadratum,*

20736 *residuum,*

5184 *residui quarta pars,*

72 *quartæ partis radix, ad* 1224,

veniunt 1296, *vnius portionis quadratum, de* 2448

manent 1152, *alterius portionis quadratum.*

Radix igitur, ac per consequens trianguli propositi area, $36 - \sqrt{1152}$

OPERATIO TRIANGVLI ALTERIVS.

Latera		*Excessus*
$10 + \sqrt{200}$		$2 + \sqrt{8}$
$8 + \sqrt{128}$		$4 + \sqrt{32}$
$6 + \sqrt{72}$		$6 + \sqrt{72}$
$24 + \sqrt{1152}$	*Medietas*	$12 + \sqrt{288}$

$24 + \sqrt{512}$ *primum* $216 + \sqrt{41472}$ *secundum.*

Porrò $9792 + \sqrt{95551488}$, *tertium productum. Atq; area deinde trianguli* $72 + \sqrt{4608}$, *id quod sequenti calculo manifestabitur.*

$9792 + \sqrt{95551488}$

95883264 *maioris* 95551488 *minoris quadratum,*

331776 *residuum,* 82944 *residui quarta pars,*

288 *quartæ partis radix,* *ad* 4896,

veniunt 5184 *vnius portionis, &c.* *de* 9792,

manent 4608, *alterius portionis quadratum,* *quare*

$72 + \sqrt{4608}$ *radix Binomij, &c.*

EXEMPLVM SECVNDVM.

Sunt 12 diuisa in duas partes. Quoniam autem partium multiplicatio, vnius quidem cum altera, 20 vel 28 producit, quanta erit vtraq; pars?

			minor	maior
Facit quantum ad	20	*sunt*	2	10
	28		6 — *ra.* 8,	6 + *ra.* 8

Tertium. Sunt 12 diuisa in partes duas. Quoniam autem partium quadrata simul 90 vel 100 faciunt, partes igitur quantæ sunt?

Respondetur respectu

			minor	maior
quidem	90	*sunt*	3	9
verò	100		6 — $\sqrt{}$ 14,	6 + $\sqrt{}$ 14.

SEQVITVR OPERATIONIS EXAMEN.

Sumantur numeri secundò inuenti

6 — $\sqrt{}$ 14 *minor*	6 + $\sqrt{}$ 14 *maior*
6 — $\sqrt{}$ 14	6 + $\sqrt{}$ 14
36 + 14	36 + 14

100. *& bene.*

Quartum. Numerus in duo diuisus est, quoniam autem partium differentia sunt 6, qui verò ex multiplicatione vnius cũ altera producitur numerus, 27 vel 36, quãtus sit ipse diuisus, quantæ deinde etiam partes, quæritur. Facit diuisus quidem 12 *vel ra.* 180

Partes deinde, respectu

		minor	maior
quidem	27	3	9
verò	36	*ra.* 45 — 3	*ra.* 45 + 3

Vel, qui verò ex partiũ quadratis colligitur numerus, 50 *sunt, vel* 72, *quantus &c.*

Facit diuisus quidem 8 *vel ra.* 108

Partes verò, respectu

		minor	maior
quidem	50	1	7
verò	72	*ra.* 27 — 3	*ra.* 27 + 3

OPERATIO PARTIS PRIORIS, QVANTVM
ad multiplicationem partium,

ponatur 1 *ra.* *totus diuisus.*
Et quia 6 N, *partium differentia, ex hypothesi,*
erit $\frac{1}{2}$ *ra.* — 3 N *minor,*
& $\frac{1}{2}$ *ra.* + 3 N *maior pars.*

Quare quantum ad multiplicationem, venit
$\frac{1}{4}$ *pri.* — 9 N *aequal.* 27 *vel* 36 N

Quantum verò ad partium quadrata, venit
$\frac{1}{2}$ *pri.* + 18 N *aequal.* 50 *vel* 72 N.

ALITER INSTITVTA HVIVS
exempli operatio.

Quaerantur primò partes, deinde etiam ipse totus numerus.
Sit itaque

1 *ra. maior,* *vel* 1 *ra. minor,*
1 *ra.* — 6 N *pars minor.* 1 *ra.* + 6 N *maior,*

venit, multiplicatione facta,

ratione quidē { *productorum,* 1 *pri.* — 6 *ra.* / 1 *pri.* + 6 *ra.* *aequal.* 27, *vel* 36 N.
quadratorū verò, 1 *pri. aequa.* 6 *ra.* + 7 N, *vel* + 18 N. / 1 *pri.* + 6 *ra.* *aequal.* 7, *vel* 18 N. }

EXEMPLVM QVINTVM.

Sunt 12, *vel* 19 *diuisa in duas partes.*

Quoniam autem vna parte cum altera multiplicata, producto deinde in partium differentiam diuiso: 17 $\frac{1}{2}$ *exeunt, quantae partes sint, quaeritur.*

	maior	*minor pars.*
Facit	7	5
	ra. 396$\frac{1}{2}$ — 8	27 — *ra.* 396$\frac{1}{2}$

Vel, Quoniam autem partium quadrata simul iuncta, atque id quod colligitur, in partium differentiam diuisum: 37 *exeunt, quantae partes sint quaeritur.*

	maior	minor pars
Facit	7	5
	28 — ra. 252,	ra. 252 — 9

OPERATIO PARTIS PRIORIS.

1 ra.	*Maior,*	vel 1 ra.	*Minor,*
12 N — 1 ra.	*minor.*	12 N — 1 ra.	*maior.*
12 ra. — 1 pri.	*produ.*	12 ra. — 1 pri.	*productum,*
2 ra. — 12 N	*differentia*	12 N — 2 ra.	*differentia.*

AEQVATIO IGITVR

$$\frac{12\ ra. - 1\ pri.}{2\ ra. - 12\ N}\ \textit{aequa.}\ 17\tfrac{1}{2}N \qquad \frac{12\ ra. - 1\ pri.}{12\ N - 2\ ra.}\ \textit{aequa.}\ 17\tfrac{1}{2}N$$

SIC ETIAM INSTITVATVR OPERATIO
cum numero 19, & venit

1 *pri.* + 16 *ra.* *aequales* $332\frac{1}{2}$N 1 *pri.* + $332\frac{1}{2}$N *aequales* 54 *ra.*

Posterioris partis operatio ex priore nunc est facilis.

EXEMPLVM SEXTVM.

Sunt tres numeri, quorum primus cum aliquo alio, quarto scilicet, ad reliquos duos simul sumptos, fit $\frac{1}{3}$. *Secundus verò cum eodem quarto, ad reliquos, fit in ratione* $\frac{3}{5}$, *Ac tertius deinde, & ipse cum eodem quarto numero, reliquis duobus aequalis fit. cum sic ille quartus numerus, ex hypothesi,* 8. *esse ponatur, quanti nunc hi tres numeri esse debeant, quaeritur.*

OPERATIO.

	Primus,	secundus,	tertius numerus.
Facit	24	40 &	56
	Primus	*secundus & tertius.*	*Quartus alius,*
Ponatur	1 *radix,*	*& erunt* 3 *ra.* + 24 N,	*atq;* 8.

Et quoniam secundus cum dato, tertii & primi numerorum tres quintae sunt: tota igitur omnium summa ad eosdem, tertium & primum, numeros, in ratione, vt 8 *ad* 5, *vel octo quintae erunt. Per regulam ergo proportionum dicendo* 8 *dant* 5, *quid* 4 *ra.* + 32 N: *primi & tertii numerorum summa manifestabitur. Quoniam autem primus numerus notus est, cum is sit* 1 *radix posita, eodem primo de hac summa subtracto: tertius, hoc tertio deinde de tertii & secundi numerorum summa subtracto: secundus etiam numerus manifestabitur. Ponuntur itaq; numeri singuli seorsim sic.*

Primus	*secundus*	*tertius*	*Quartus.*
1 *ra.*	$1\frac{1}{2}$. *ra.* + 4 N	$1\frac{1}{2}$ *ra.* + 20 N	8

Et quoniam etiam tertius cum quarto numeris primo & secundo æqualis est, tertius igitur quarto, secundus verò numero primo additus, quæ colliguntur,

$1\frac{1}{2}$ *ra.* + 28 N & $2\frac{1}{2}$ *ra,* + 4 N

inter se æquales erunt. Radix igitur, hoc est, primus numerus 24, *secundus* 44, *& tertius* 56 *venient, quod probari potest.*

Septimum. Sunt tres numeri, quorum primus cum aliquo alio, quarto scilicet, ad reliquos duos simul sumptos: sesquialteram, secundus verò cum eodem quarto ad reliquos: vt 3 *ad* 5. *ac tertius deinde, & ipse cum eodem quarto numero: æqualitatis rationem constituit, cum ille quartus numerus iuxta propositum* 9 *vel* 24 *aut vnitas esse ponatur, quanti hi tres numeri esse debeant, quæritur.*

Facit, quantum ad numerum	*Primus*	*secundus*	*tertius*
9 .	$13\frac{14}{19}$	$5\frac{4}{19}$	$9\frac{18}{19}$
24 .	$36\frac{12}{19}$	$13\frac{17}{19}$	$26\frac{19}{19}$
vnitatē.	$1\frac{10}{19}$	$0\frac{11}{19}$	$1\frac{2}{19}$

Octauum. Diuidantur 132 *in tres partes sic, vt prima multiplicata per* 3, *producat tres quartas minus* 3, *secundæ partis diuisæ in* 2. *Et iterum prima multiplicata per* 4, *producat tres quintas minus* 1, *tertiæ partis diuisæ in* 7 *quæritur, &cæ.*

	prima	*secunda*	*tertia pars*
Facit	2	24	105

OPERATIO.

Esto prima pars 1 *radix, hæc multiplicata per* 3, *producuntur* 3 *ra. Et quoniam hæ ex hypothesi, in ternario minus sunt, quàm tres quartæ partis secundæ, diuisæ in duo, hoc est, quàm tres quartæ dimidij secundæ partis, ad* 3 *ra. igitur* 3 N *addendi, eius deinde quod colligitur, (cum illud tres quartæ tantum sint) integrum regula proportionum, dicendo* $\frac{3}{4}$ *sunt* 3 *ra.* + 3 N, *quid vnum, quærendum est. Veniunt autem sic* 4 *ra.* + 4 N, *ipsum integrum, ac per consequens, secunda pars in duo diuisa. eodem igitur integro bis sumpto, secunda pars,* 8 *ra.* + 8 N *erunt. Non aliter iuxta exempli hypotheses, & tertia pars quærenda erit. Quo facto, partes erunt.*

Prima 1 *ra.* *secunda* 8 *ra.* + 8 N
Tertia $46\frac{2}{3}$ *ra.* + $11\frac{2}{3}$ N, *Atq;*
vltimò tandem $55\frac{2}{3}$ *ra.* *aequa.* $111\frac{2}{3}$ N.

Nonum. Diuidantur 36 *in tres partes sic, vt prima multiplicata per* 6, *producat sesquialterum plus* 9, *secundae partis diuisae in* 5. *& secunda diuisa in* 8, *statuat sesquiquartum minus* 4, *tertiae partis multiplicatae per* 3, *quaeritur &ca.*

Facit $3\frac{14}{325}$ $30\frac{56}{65}$ $2\frac{31}{325}$

PONITVR AD OPERATIONEM SIC.

Prima	1 *ra.*
secunda	20 *ra.* — 30 N
tertia	$\frac{10\ ra. + 1\ N}{15}$

Summa partium $21\frac{2}{3}$ *ra* — $29\frac{14}{15}$ N *aequa.* 36 N.

Eodem modo 45 *in tres partes diuisa,*

	Prima	*secunda*	*tertia*
exeunt partes	$3\frac{149}{325}$	$39\frac{11}{65}$	$2\frac{121}{325}$

Id quod probari potest, vt sequitur.

Prima	*secunda pars*
$3\frac{149}{325}$	$39\frac{11}{65}$
cum 6	*in* 8
$20\frac{144}{325}$	$4\frac{233}{260}$
minus 9	*plus* 4
$11\frac{144}{325}$. *Dic*	$8\frac{233}{260}$. *Dic*
3 *dant* $11\frac{144}{325}$, *quid* 2,	5 *dant* $8\frac{233}{260}$, *quid* 4
Facit $\frac{2546}{325}$	*Facit* $\frac{2313}{325}$
cum 5	*in* 3
produ. $39\frac{11}{65}$, *secunda*	*exeunt* $2\frac{121}{325}$, *tertia pars. bene igitur.*

Decimum. Propositum est, numerum 6, 12, 8 *vel* 21, *seu quemcunq; aliũ numerum, diuidere in duas portiones, quarum maioris quadratum tantum faciat, quantum numerus ipse, cum sua portione minore multiplicatus, producit.*

Facit ratione numeri

	Maior		minor portio
6,	ra. 45 — 3		9 — ra. 45
12	ra. 180 — 6		18 — ra. 180
8	ra. 80 — 4		12 — ra. 80
21	ra. $551\frac{1}{4}$ — $10\frac{1}{2}$		$31\frac{1}{2}$ — ra. $551\frac{1}{4}$

Similem diuisionem lineæ alicuius datæ proponit Euclides in secundo, per vndecimam: in sexto deinde, per propositionem 30, quod obiter indicare libuit.

OPERATIO NVMERI VNIVS, 6 SCILICET, *sit instar omnium.* *Esto itaq;*

1 ra. maior, *vel* *1 ra. minor,*

erunt 6 N — 1 *ra. minor.* 6 N — 1 *ra. maior.*

Quadrata deinde portionum maiorum,

1 pri. 36 N — 12 *ra.* + 1 *pri.*

Producta verò, &c.

36 N — 6 *ra.* 6 *ra.*

Atq; tandem æquatio vltima,

1 *pri.* + 6 *ra. æqua.* 36 N, *vel* 1 *pri* + 36 N *æqua.* 18 *ra.*

Procedatur nunc secundum canones secundæ æquationis primum & tertium, & veniet vt positum.

SEQVITVR PROBA INSTITVTA PRO *numero primo 6.*

54 — √ 1620

Totus	Maior portio	minor
6	ra. 45 — 3	9 — ra. 45

æq.

54 — √ 1620

PROPONVNTVR HVIVSMODI EXEMPLA *etiam sic*

Diuidantur 24 in duas portiones inæquales, vt, cum maiorē in seipsam, totum verò numerum 24 cum minore portione multiplicauero, æquales numeri producantur, *Facit*

Maior		Minor portio
ra. 720 — 12	&	36 — ra. 720

In hunc

In hunc modum radice numeri 48 diuisa, exeunt partes, Maior quidem ra. 60 — ra. 12, minor verò ra. 108 — ra. 60, quod probari potest.

Vndecimum. Et quia numero in duas portiones diuiso, quarum maioris quadratum tantum faciat, quantum totus diuisus numerus cum minori sua portione multiplicatus producit, quantus fuerit ipse totus numerus, minor item portio, cum maior portio ex hypothesi sit ra. 80 — 4, vel ra. 45 — 3

quaeritur. Facit $\left.\begin{matrix}8\\6\end{matrix}\right\}$ *totus* $\left.\begin{matrix}12 — ra.\ 80\\9 — ra.\ 45\end{matrix}\right\}$ *minor portio.*

OPERATIO.

	Maior		Minor portio.
Totus	√ 80 — 4		√ 80 — 4
1 ra		quare 1 radix, minus	
	√ 45 — 3		√ 45 — 3

Atq; facta multiplicatione, veniunt

96 — √ 5120		√ 80 4
N, aequa.	1 pri. minus	ra.
54 — √ 1620		√ 45 — 3

Vel ex communi quadam notitia,

√ 80 — 4	96 — √ 5120	
ra. +	N, aequa.	1 pri.
√ 45 — 3	54 — √ 1620	

Est autem exemplum canonis aequationis secundae secundi, atq; eius solutio talis.

Quantitates aequationis quantum ad primum, sunt

Media *minima* *maxima quantitas*

√ 80 — 4. ra + 96 — √ 5120 N aequa. 1 pri.

√ 20 — 2, in se, 24 — √ 320, *plus* 96 — √ 5120

veniunt 120 — √ 8000. *Huius radix*

sunt 10 — √ 20

plus √ 20 — √ 2 *&c.*

Cum quantitatibus aequationis secundi, eodem modo operatione instituta, aequè etiam feliciter succedet.

EXEMPLVM DVODECIMVM.

Duobus numeris inæqualibus, 34 & 30 datis, propositum est, maiorem in duas portiones ita diuidere, vt inter eas medietas minoris sit medio loco proportionalis. vel, quod idem est, vt qui sub portionibus, vna cum altera multiplicata, continetur numerus, æqualis sit quartæ parti quadrati, numeri minoris.

Facit 25. & 9.

OPERATIO.

Maior	*Minor*	*Medietas minoris*
34	30	15

Quantitates ex hypothesi proportionales

ra. 15 34 N — 1 *ra.*
quare 34 *ra.* — 1 *pri. æqua.* 225 N *&c.*

ALIA HVIVS DIVISIONIS EXEMPLA.

Numeri propositi maior,	*minor*		*Medietas minoris*	*Partes diuisionis*
117	108	54	81	36
65	56	28	49	16
49	27	$13\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}+$ ✓ 418	$24\frac{1}{2}$ — ✓ 418
30	18	9	27	3
25	24	12	16	9
13	12	6	9	4
5	4	2	4	1
$8\frac{1}{3}$	8	4	$5\frac{1}{3}$	3
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}+$ ✓ $\frac{27}{576}$	$\frac{3}{8}$ — ✓ $\frac{27}{576}$

Posuimus huius diuisionis exempla plura, cum eorum vsus in decimo Euclidis libro requiratur.

NVNC PRO RADICIBVS BINOMIORVM ET RESIDVORVM INVENIENDIS, CVM *eadem sit illas eliciendi, quæ est propositæ diuisionis, operatio, vnum atq; alterum exemplum subijciemus.*

Sit Binomium ra. 448 + 14, *vel residuum ra.* 448 — 14, *atq; propositum, radicem eius quadratam elicere.*

OPERATIO.

Duæ huius Binomij vel residui portiones, seu nomina inæqualia,

maius	*minus*	*medietas, mi.*
sunt ra. 448	& 14,	*atq;* 7.

Quantitates proportionales,

1 *radix* 7 ✓ 448 N — 1 *ra.*

Facta multiplicatione, venit

✓ 448 *radicum* — 1 *pri.* *æqua.* 49 N

Vel, ex communi illa notitia, Si æqualibus æqualia addantur,

✓ 448 *radi.* *æqua.* 1 *pri.* + 49 N.

Est autem exemplum canonis tertij æquationis secundæ, atq; eius solutio, vt sequitur.

Numerus characteris medij ✓ 448, *huius dimidium* ✓ 112, *dimidij verò huius quadratum* 112, *minus* 49, *manent* 63, *cuius radix quadrata,* ✓ 63, *de medietate radicum,* ✓ 112, *subtracta, vel ei addita, colligitur hic quidem* ✓ 343, *vna desideratæ radicis portio, manet verò illic* ✓ 7, *portio altera. Et quia est Binomium propositum, per radices portionum aggregatas, vt* ✓ 343 + ✓ 7, *Binomij, vel, quia est residuum propositum: per id quòd relinquitur, postquam minoris radix de radice portionis maioris subtracta est, nimirum* ✓ 343 — ✓ 7, *residui propositi radix indicabitur, id quod examinari poterit.*

SEQVVNTVR HVIVS REI DVO EXEMPLA-*alia, vnum quidem pro Binomio tertio, alterum verò pro sexto residuo expositum.*

Binomium tertium ✓ 448 + ✓ 336

Maius	*minus nomen*	*Minoris me.*
✓ 448	✓ 336	✓ 84

Quantitates proportionales

1 *radix* ✓ 84 ✓ 448 N — 1 *radice.*

Facta multiplicatione, venit vltimò

√ 448 *radicum æqua.* 84 N + 1 *pri.*

√ 112 *in se,* 112, *minus* 84, *manent* 28. *Huius radix quadrata,* √ 28, *de* √ 112 *subtracta, vel ad* √ 112 *addita, manet* √ 28, *vel venit* √ 252. *Harũ partium radices simul iunctæ, vt* √ 252 + √ 28. *Binomij, radice verò vnius de alterius portionis radice subtracta: per id quod relinquitur, nimirũ* √ 252 — √ 28, *Residui propositi radix indicabitur.*

Residuum sextum √ 448 — √ 352

Maius	*minus nomen*	*Minoris medietas*
√ 448	√ 352	√ 88

Quantitates proportionales,

1 *radix* √ 88 √ 448 N — 1 *ra.*

Facta multiplicatione, venit vltimò

√ 448 *radicum æqua.* 88 N + 1 *pri.*

atq; partes deinde,

maior quidem	*minor verò*
√ 112 + √ 24	√ 112 — √ 24

Totius tandem Residui radix,

Radix Binomij √ 112 + √ 24 *minus ra. residui* √ 112 — √ 24

Nominis verò contrarij, Binomij scilicet, radix est radix vtriusq;, hoc est,

& Binomij √ 112 + √ 24, *atq; etiam residui* √ 112 — √ 24.

EXEMPLVM DECIMVM TERTIVM.

Diuidantur 10 *in duas portiones, quarum vna cum altera multiplicata,* 15, 20, 24, 1 *vel* $\frac{3}{4}$, *&cæ. producuntur.*

Facit ratione numeri

	maior		*minor portio*
15,	5 + √ 10		5 — √ 10
20,	5 + √ 5		5 — √ 5
24,	6		4
1,	5 + √ 24		5 — √ 24
$\frac{3}{4}$,	5 + √ $24\frac{1}{4}$		5 — √ $24\frac{1}{4}$

OPERATIO.

Sit 1 *radix, vna,* & 10 N — 1 *ra. altera portio.*

Et veniunt facta multiplicatione,

10 *ra.* — 1 *pri.* *æqua.* 15, 20, 24, &cæ. N.

Decimumquartum. *Sint tres numeri,& esto quòd primus cum 6, secundi $\frac{2}{3}$: secundus verò cum 4, ipsum tertium bis,& eius $\frac{1}{4}$: ac tertius deinde minus 9, primi numeri tres quartas contineat, quæritur de numeris.*

	Primus	*secundus*	*tertius*
Facit	$48\frac{1}{3}$	$81\frac{1}{2}$	38

OPERATIO.

$$1\ ra.\ Pri. \qquad \frac{3\ ra. + 81\ N}{2}\ secund, \qquad \frac{6\ ra, + 52\ N}{9}\ Ter.$$

$$quare\ \frac{6\ ra. - 29\ N}{9}\quad æqua.\quad \frac{3}{5}\ ra.$$

Decimumquintum. *Detur numerus quadratus, cuius radicis quadruplo 21 additis, quod inde colligitur, ad ipsum quadratum se habeat in ratione $3\frac{2}{3}$ vel $2\frac{1}{4}$, vel æqualitatis, &c. quæritur.*

Facit 9, *vel* $10\frac{74}{81} + \sqrt{31\frac{6529}{6561}}$, *vel* 49.

OPERATIO.

1 *radix* $\qquad 1$ *pri.* $\qquad 4\ ra. + 21\ N.$

Proportionalitates.

$$4\ ra. + 21\ N \quad ad \quad 1\ pri.\quad vt \begin{cases} 11 & ad\quad 3 \\ 9 & ad\quad 4 \\ 1 & ad\quad 1. \end{cases}$$

Multiplicatione facta, veniunt

$$\begin{matrix} 12\ ra. + 63\ N \\ 16\ ra. + 84\ N \\ 4\ ra. + 21\ N \end{matrix} \quad æquales \begin{cases} 11\ pri. \\ 9\ pri. \quad \&c. \\ 1\ pri. \end{cases}$$

SEQVITVR HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Sumatur ad examinandum numerus secundus.

$$10\frac{74}{81} \quad + \quad \sqrt{31\frac{6529}{6561}}$$

Huius radix quadrata, $\sqrt{\frac{820}{81}} + \frac{8}{9}$ *quater sumpta, venit* $\sqrt{161\frac{79}{81}} + 3\frac{5}{9}$. *Additis 21, colliguntur* $\sqrt{161\frac{79}{81}} + 24\frac{5}{9}$. *Et quoniam hæc summa ad ipsum quadratum,* $10\frac{74}{81} + \sqrt{31\frac{6529}{6561}}$, *se, vt positum est, habere debet, sicut 9 ad 4. Facta igitur multiplicatione primæ cum quarta, secūdæ deinde cum quantitate vel numero tertio, cū idem numerus, nimirū,* $\sqrt{2591\frac{49}{81}} + 98\frac{2}{9}$, *vtrinque producatur: quòd hoc inuento numero, exemplo satisfactum sit, ex posteriori parte propositionis decimæ sextæ sexti Euclidis tādem infertur. Vel, facta igitur diuisione vtriusque antecedentis in suum con-*

ſequens, cum æquales inter ſe ſint numeri exeuntes: ſimiles etiam rationis numeros, ſummam ſcilicet, quadratum, 9 *&* 4 *eſſe conſtabit. Eſt autem communis exiens* $2\frac{1}{4}$.

Decimumſextum. Sunt tres numeri, primus quidem ad ipſum tertium, triplus: ſecundus verò ad eundem tertium, vt 3 *ad* 4. *Quoniam autem* 6 *de primo ſubtractis, tribus verò ſecundo numero additis, ac reſiduo deinde cum collecto multiplicato, nouencuplus, vel quadruplus ſeſquitertius, ad tertium numerum producitur. Quanti igitur illi tres numeri ſinguli ſeorſim ſint, in dubium venit.*

Facit, quantum ad rationem

	Primus	*ſecundus*	*tertius,*
nouen.	12	3	4
$4\frac{1}{3}$ *verò,*	$\sqrt{\frac{5833}{81}} - \frac{1}{3}$,	$\sqrt{\frac{5833}{1296}} - \frac{1}{36}$,	$\sqrt{\frac{5833}{729}} - \frac{1}{27}$

OPERATIO.

Primus 1 *ra.* — 1 *ra.* — 6 N *reſiduum*

ſecũdus $\frac{1}{4}$ *ra.* — $\frac{1}{4}$ *ra.* + 3 N *collectum*

tertius $\frac{1}{3}$ *ra.* — *Facta multiplicatione,*

producitur $\frac{1}{4}$ *pri.* + $1\frac{1}{2}$ *ra.* — 18 N *æqua.* 3 *vel* $1\frac{4}{9}$ *ra.*

Et vltimò tandem in integris

1 *pri.* *æquales* 6 *ra.* + 72 N.

9 *pri.* + 2 *ra.* *æquales* 648 N.

Quare radicis valor, & primus numerus 12. *vel* $\sqrt{72\frac{1}{81}} - \frac{1}{9}$ *vt dictum eſt. Secundum porrò & tertium dat ipſa poſitionis ſolutio.*

SEQVITVR ALIA HVIVS EXEMPLI POSITIO.

Primus 4 — 4 *ra.* — 6 N *reſiduum*

ſecundus 1 *ra.* — 1 *ra.* + 3 N *collectum*

tertius $1\frac{1}{3}$ *ra.*

Facta multiplicatione, veniunt vltimò

4 *pri.* *æquales* 6 *ra.* + 18 N

4 *pri.* + $\frac{2}{9}$ *ra.* *æquales* 18 N

ADHVC ALIA POSITIO.

Primus 3 — 3 *ra.* — 6 N *reſiduum*

ſecun. $\frac{3}{4}$ — $\frac{3}{4}$ *ra.* + 3 N *collectum*

tertius 1 *ra.* — *Facta multiplicatione, veniunt vltimò,*

$2\frac{1}{4}$ *pri.* *æquales* $4\frac{1}{2}$ *ra.* + 18 N

$2\frac{1}{4}$ *pri.* + $\frac{1}{6}$ *ra.* *æquales* 18 N

SEQVITVR NVNC OPERATIONIS EXAMEN.

Sumantur ad examinandum numeri inuenti secundò, qui sunt

$\surd \frac{5833}{81} - \frac{1}{9}$, $\surd \frac{5833}{1296} - \frac{1}{36}$, $\surd \frac{5833}{729} - \frac{1}{27}$

Primò diuidatur numerus primus in 3, vel si placet, multiplicetur tertius cum 3: & apparebit, primum numerum ad tertium triplum esse, id quod est ex hypothesibus primum. Quærantur deinde tres quartæ tertij, vel ad ipsum secundum addatur sui vna tertia. Et quoniam hic, tertius: illic verò, numerus secundus apparet: & id quod in exemplo dicitur, nimirum, secundum ad tertium tres quartas esse, apparebit. Subtrahantur vltimò 6 de primo, 3 verò ad secundum numerum addantur. Et quoniam residuo cum collecto, tertio deinde numero cum $4\frac{1}{3}$ multiplicato, æquales numeri producuntur, cum sic tandem omnes exempli hypotheses hi numeri habeant, eos veros esse nemo dubitet.

DECIMVMSEPTIMVM.

Desideratur quadratus numerus, cuius $\frac{2}{3}$ ducta in se, producant duodecuplum radicis, vel radicis vigincuplum.

Facit 9, *vel ra. cubica* 2025.

OPERATIO.

1 *ra.* 1 *pri.* $\frac{2}{3}$ *pri. in se, producuntur* $\frac{4}{9}$ *tertiæ quantitatis æqua.* 12 *vel* 20 *radicibus.*

Decimumoctauum $\frac{1}{24}$ *quadrati ducta in se, producit triplum, septencuplum radicis, quæritur &c.*

Facit *numerus* 12 *vel* $\surd$ 4032
quadra. 144 $\surd$ 16257024

Examen numeri secundi.

Numerus vel quadrati radix est	$\surd$ 4032,
quadratum verò ipsum	$\surd$ 16257024
Porrò huius quadrati $\frac{1}{24}$ *pars*	$\surd$ 1176
in se multiplicata, producuntur	$\surd$ 1382976.

Atq; tantundem etiam producitur, ipsa radice, $\surd$ 4032, *cum* 7 *multiplicata. Quare bene operatum.*

Decimumnonum. Sunt duo numeri. Quoniam autem quadratum prioris ad posteriorem, $1\frac{1}{3}$ *posterioris contrà ad numerum priorem* $4\frac{1}{2}$ *rationem constituit, quínam illi duo numeri sint, quæritur.*

Facit, 2: *numerus prior,* 3 *verò posterior.*

VICESIMVM.

Numerus 12 *in duo diuisus est,*
Quoniam autem ex multiplicatione totius cum differentia,& minoris quadrato: 64 *colliguntur, Vel,*
Quoniam autem ex multiplicatione totius cum differentia,& maioris quadrato: 112 *colliguntur, Vel,*
Quoniam autem quadrata partiũ,& quod ex multiplicatione totius cum differentia colligitur: 128 *constituunt, Vel,*
Quoniam autẽ hac duo simul,quod scilicet ex multiplicatione totius cum differentia,quódq; ex vna parte cum altera multiplicata producitur: 80 *constituunt, &c.*

Partes diuisionis quantæ erunt? *Facit* 8 & 4

OPERATIO.

Totus numerus 12

1 *ra. maior*	*vel*	1 *ra. minor*
12 N — 1 *ra. mi.*		12 N — 1 *ra. ma.*
2 *ra.* — 12 N *differentia.*		12 N — 2 *ra. diffe.*

Productũ ex toto cũ diff.	24 *ra.* — 144 N.	144 N — 24 *ra.*
Minoris quadr.	144 N + 1 *pri.* — 24 *ra.*	1 *pri.*
Maioris quad.	1 *pri.*	144 N + 1 *pri.* — 24 *ra.*
Prod. ex vna parte, cũ altera multiplicata,		12 *ra.* — 1 *pri.*

Aequationes,

Prima	*vel*
1 *pri. æqua.* 64 N	1 *pri.* + 80 N *æqua.* 24 *ra.*
Secunda	*vel*
1 *pri.* + 24 *ra. æ.* 256 N.	1 *pri.* + 176 N *æqua.* 48 *ra.*
Tertia	*vel*
1 *pri. æqua.* 64 N	1 *pri.* + 80 N *æqua.* 24 *ra*
Quarta	*vel*
1 *pri.* + 224 N *æqua.* 36 N	1 *pri.* + 12 *ra. æqua.* 64 N

ARITHMETICA PROBLEMATA EX PRIMO LIB. GRAECORVM EPIGRAM.

Πρῶτον.

Παλλὰς ἐγὼ πελέθω σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
Αἰζηῶν πέλεται δῶρον ἀοιδοπόλων.
Ημισυ μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοάτην δὲ
Θέσπις, καὶ δεκάτην μοῖραν ἔθηκε Σόλων.
Αὐτὰρ ἐεικοστὴν Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα
Εννέα, καὶ τέχνη, δῶρον Ἀριστοδίκου.

DE PALLADIS STATVA, QVOTNAM *illa auri talenta appendit.*

Pallas ego sum, malleo hunc in modum fabrefacta: sed aurum munus est iuuenum, qui in studio versantur poëtices. dimidiam quidem auri partem contulit Charisius, octauam verò Thespis, decimam dehinc Solon, & vigesimam Themison. Reliqua autem nouem & mercedem item quæ artifici debebatur pro opera, contulit Aristodicus.

Quæstio hinc oritur de toto ipsius statuæ pondere.

Facit 40 *talen.*

Quantum etiam auri ad hanc fabricandam singuli tribuerint.

Facit *Charisius* 20, *Thespis* 5
Solon 4 *Themison* 2 *talenta.*

Præterea 9 talenta reliqua, vt ponitur, munus est Aristodici.

OPERATIO.

Ponatur pondus auri,

	fuisse,	1 *radix talentorum*	
cuius	*Charisius*	$\frac{1}{2}$ *ra.*	*dedit*
	Thespis	$\frac{1}{8}$ *ra.*	
	Solon	$\frac{1}{10}$ *ra.*	
	Themison	$\frac{1}{20}$ *ra.*	
	Aristodicus	9 *talenta.*	

Summa partium & 9 talentorum,

sunt $\frac{31}{40}$ *ra.* + 9 N, *æquales radici positæ.*

Est prima æquatio, hinc radicis valor, pondus scilicet auri, 40 *talentorum. Porrò quantum singuli, ad hanc statuam extruendam, contulerint, ex ipsa positionis solutione, iuxta radicis valorem, facilè cognoscitur.*

Δεύτερον.

Αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαο.
Πληθὺν βουκολίων διζήμενος, ὃς δ' ἀπάμειπτο,
Ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοὰς φίλος ἥμισυ τῶν δὲ,
Μοίρῃ δ' ὀγδοάτῃ ὄχθον κρόνου ἀμφινέμονται.
Δωδεκάτῃ δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' οὔρεσι,
Ἀμφὶ δ' ἄρ' Ἤλιδα δῖαν ἐεικοστῇ νεμέθονται.
Αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα,
Λοιπὰς δ' αὐλεύσσεις ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.

DE AVGEAE ARMENTIS, QVOTNAM *boues fuerint.*

Augeam interrogauit generosus Hercules, de multitudine armentorum. cui ille respondit: Media horum pars, amice, circa fluuium Alpheum pascitur: octaua autem, circa Saturni collem: Caeterum duodecima, procul hinc iuxta loca Taraxippi extrema: at vigesima eorum pars, circa Elidem pascitur: trigesimam verò in Arcadia ego reliqui: reliqua autem, quinquaginta numero armenta, videas ipse. Quaeritur:

Facit 240.

OPERATIO.

	Ponatur boues fuisse	1	*radix*
circa	*Alpheum igitur fluuium sunt*	$\frac{1}{2}$	
circa	*collem Saturni*	$\frac{1}{8}$	
iuxta	*Taraxippi extremum*	$\frac{1}{12}$	*ra.*
circa	*Elidem montem*	$\frac{1}{20}$	
in	*Arcadia*	$\frac{1}{30}$	

Summa partium vnà cum 50 *bobus*
sunt $\frac{19}{24}$ *ra.* + 50 N *aequa.* *radici positae.*

Est prima aequatio, atq; radicis valor, armentorũ scilicet numerus, 240.
Porò quot nunc in singulis locis vagentur boues, quiuis ex positionis solutione facilè cognoscet.

Τρίτον.

Χάλκεος εἰμι λέον,, κρουνοὶ δέ μοι ὄμματα δοιὰ
Καὶ στόμα καὶ θέναρ δεξιτεροῖο ποδός.
Πλήθει δὲ κρατῆρα δύ' ἤμασι δεξιὸν ὄμμα,
Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ.
Ἄρκιον ἐξ ὥραις πλῆσαι στόμα. σὺν δ' ἅμα πάντα,
Καὶ στόμα, καὶ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσοις

LEONIS CANALES.

Aeneus ego ſum Leo, canales verò mihi ſunt oculi duo, & os cum palma dextri pedis. Implent autem craterem eundem: dexter quidem oculus, duobus: ſiniſter verò, tribus diebus: & quatuor, palma. Porrò ſex horis, os implere eum poteſt. Hæc igitur ſimul omnia, & os & oculi & palma, dic quanto tempore eundem craterem impleant?

Facit $\frac{12}{61}$ *diei, vel* 4 *horis* $\frac{44}{61}$ *&c.*

OPERATIO.

		dies		horæ
Oculus	dexter	2	vel	48
	ſiniſter	3		72
	Palma	4		96
	Os	$\frac{1}{4}$		6

Ponatur tēpus, intra quod omnes canales ſimul aqua fluentes craterem impleant, quòd ſit vna radix, vel diei, vel horarum, atq; dicatur

dies		horæ		die.		horarum
2	vel	48		$\frac{1}{2}$	ra. vel	$\frac{1}{48}$
3		72	dant 1 impletionem,	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{72}$
4		96	quid 1 ra. Facit	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{96}$
$\frac{1}{4}$		6		4		$\frac{1}{6}$
			Summa partium	$5\frac{1}{12}$	vel	$\frac{61}{288}$

Quare $5\frac{5}{12}$ *ra. dierum vel* $\frac{61}{288}$ *ra. horarum radici poſitæ hoc eſt,* 1 N, *æqualis.*

Eſt prima æquatio, atque radicis valor vt ſuprà poſitum, quod probari poteſt.

Τέταρτον.

Ἄμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν,
Ζῆθός τε χ' ὁ ξυνάιμος, ἣν δὲ μοῦ λάβῃς
Τρίτον, τὸ τέτρατόν τε τοῦδ' Ἀμφίονος
Ἓξ πάντ' ἀνευρὼν, μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

DE STATVIS ZETHI, AMPHIONIS *ac matris ipſorum Antiopes.*

Ambo quidem nos viginti minas appendimus, Zethus pariter & meus conſanguineus. At ſi de mea, tertiam: Amphionis verò, quartam partem ſumpſeris, ſex in ſumma inuentis, matris pondus inuenies.

Quanti igitur nunc ponderis & Zethi & Amphionis statua fuerit, quaritur.

Facit Zethi quidem 12 *Amphionis verò* 8 *minarum.*
Antiope autē mater, vt habet hypothesis, pondus obtinet 6 *minarum.*

OPERATIO.

Zethus	20 *mi.*	1 *ra.*	*vel* 20 N — 1 *ra*
Amphion		20 N — 1 *ra.*	1 *ra.*

Collectis nunc partibus veniunt

vel 5 N $+ \frac{1}{12}$ *ra.* *vel* $6\frac{2}{3}$ N $- \frac{1}{12}$ *ra.* *aquales* 6 N *&c.*

Vltimò tandem per cōmunes notitias, Si ab aqualibus aqualia &c.
Si item aqualibus aqualia,

$\frac{1}{12}$ *ra.* *aquales* 1 N *vel* $\frac{2}{3}$ N *aquales* $\frac{1}{12}$ *ra.*

Εὐκλείδου Γεωμετρικόν.

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθεϊ φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη.
Μῆτις τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη,
Εἰ μέτρον ἕν μοὶ δοίης: διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
Εἰπὲ τὸ μέτρον ἄειστε Γεωμετρίης ἐπίϊστορ.

EVCLIDIS GEOMETRICVM.

Ibant mulus & asina vinum portantes, asina autem ex dolore ponderis sui ingemiscebat. Qua re visa, mulus graniter ingemiscentem asinam sic interrogauit: Mater, cur ita lamentaris, cur puella instar lachrymas fundis? Mensuram mihi vnam si dederis, duplo quàm tu plus sustulero: sin verò tu à me vnam acceperis, idem planè quod ego pondus feres. Mensuram itaque peritissime Geometer dicas volo.

Facit *Muli pondus,* 7: *Asina verò tantùm* 5 *mensurarum.*

OPERATIO.

Mulus	1 *ra.*		*Mulus*	1 *ra.* + 2 N
Asina	1 *ra.* + 3 N / 2	*vel*	*Asina*	1 *ra.*

Et veniunt tandem

1 *ra.* + 5 N *aqua.* 1 *ra.* — 1 N *Vel* 1 *ra.* + 3 N *aqua.* 2 *ra.* — 2 N.

Hactenus ex Gracis epigrammatibus.

SEQVITVR EXEMPLVM IN ORDINE *vicesimum primum.*

Est qui peregrinationem instituit hoc modo, vt videlicet plures abesse dies nolit, quàm aureos secum domo efferat: eo nimirum consilio, vt si fortè minus prosperè cedat, in singulos dies singuli suppetant ipsi aurei. Et quoniā Mercurio duce, singulis diebus tot aurei accedunt illi, quot eo mane cum domo egrederetur, habuerat, tandem reuersus domum ac numerās pecuniam, 52 aureos & $\frac{1}{2}$, vel 63 inuenit. Quaritur ergo, quot initio profectionis aureos habuerit.

Facit $\left\{ \begin{array}{l} 3 \ \& \ \text{dodrantem} \\ 3 \ \& \ \sqrt{8\frac{7}{8}} - 2. \end{array} \right.$

EXPLICATIO.

Si commune & vulgi quispiam in huius exempli computatione iudicium sequi voluerit, inueniet certe, quarto die hominem illum reuertentem domū, non integros quatuor aureos habuisse antequam iter ingrederetur: & tertio die idem si reuerti dicatur, tres aureos in ea summa quam primo die secum tulerat desiderari. Et quia plus tribus, minus autem quàm quatuor aureos secum primo die habuit, ponendum igitur, quòd vltra 3 aureos adhuc 1 radicem, hoc est, in summa, 3 N + 1 ra. aureorum habuerit. Et quoniam, iuxta exempli hypothesim, tot dierum iter confecit, atq; singulis diebus, & id ex hypothesi, illam quam tunc secum habet pecuniam, duplicauit: tertio tādem finito die domum rediens, 24 N + 8 ra. aureorum habet, quod est notandum.

Rursum quandoquidem quartum quoq; diem non integrū, sed eius partem tantum aliquam, nimirum 1 radicem positam, perambulat: non igitur 24 N + 8 ra. aureorum, sed huius summa partem proportionalem illa radice dierum acquirit. quare dicendum,

dies		*aureorum*	*diei*
1	*integer acquirit*	24 N + 8 *ra.*	*quid* 1 *ra.*

Facit 24 *ra.* + 8 *pri.* *Quæ nunc, si pecuniæ tertiæ diei addita fuerint, veniunt*

$$8 \text{ prima} + 32 \text{ ra.} + 24 \text{ N, aequa.} \left\{ \begin{array}{l} 52\frac{1}{2} \\ 63 \end{array} \right. \text{N. \&c.}$$

Radicis igitur valor, facta operatione æquationi conueniens: dodrans, vel $\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$ *aurei erunt. Tres igitur aureos & dodrantem, vel 3* *aureos & $\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$ aure initio profectionis habuit. Atque tot etiam dierum iter confecit, quod nunc probari potest.*

Instituatur probari seu examinari numerus irrationalis

3 *plus* $\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$

Numerus aureorum quos primò ille habuit, sunt 3 *plus* $\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$

Atq; tot etiam diebus peregrè profectus fuit

3 *plus* $\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$ *Initio profectionis.*

bis

6 *plus* $\sqrt{35\frac{1}{2}} - 4$ *primi*

bis

12 *plus* $\sqrt{142} - 8$ *secundi* } *diei aurei*

bis

24 *plus* $\sqrt{568} - 16$ *tertij.*

Iam dicendum

die inte. *aurei* *die.*

1 *acquiruntur* 24 *plus* $\sqrt{568} - 16$, *quid* $\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$,

Facit, vt quidem sequenti multiplicatione

ostendetur $55 - \sqrt{568}$.

Quibus summa, vel aurei, quos tertio die noctu secum tulerat, vt sequitur, additi, 63 aurei colliguntur, quod erat ostendendum.

SEQVITVR MVLTIPLICATIO.

24 *plus* $\sqrt{568} - 16$

$\sqrt{8\frac{7}{8}} - 2$

$-48 \quad + 71 \quad + 32$

$+\sqrt{5112} \quad - \sqrt{2272}$

$- \sqrt{2272}$

$55 - \sqrt{568}$

SEQVITVR ADDITIO.

24 *plus* $\sqrt{568} - 16$

$55 - \sqrt{568}$

Summa 63 *aurei, vt suprà.*

Alia additio, quæ in hoc exemplo locum habet.

	+ ra. 5112	ad —	ra. 9088
4	1278		2272 :
2	639		1136
71	9		16
	+ 3		— 4

— 1 *quater*

— 4 *bis*

— 8 *septuagies semel*

— 567

Summa radicum — $\sqrt{567}$ *&c.*

EXEMPLVM VIGESIMVM SECVNDVM.

Quidam certa aureorum summa negociatus, huius trientem, vno aureo & $\frac{1}{2}$ minus, lucratus est. quare deinde cum sorte & lucro negocians, huius alteram partem, plus 8 aureis lucratur. Id nunc tertiò faciens, similem, aut meliorem sortè, fortunam speraturus, eius quod habet iacturã facit in quadrante. Vel si placet, eius quod habet quadrantem lucrifacit. Quia autem nunc retentam cum numeret pecuniam, vel aureos, inuenit, hic quidem 232 plus $\frac{3}{16}$, illic verò 100 — $\frac{1}{16}$, quæritur quótnã aureos ipse primò habuerit.

Facit, quantum ad { *Iacturam quidem* 63 *aure. & dodrantem* / *Lucrum verò* 90 *aureos.* }

OPERATIO.

Ponatur				1		*radix, quam primò habuit,*
quare	$\frac{1}{3}$	*ra.*	—	$1\frac{1}{2}$	N,	*Id quod lucratur primò*
atq; sic	$1\frac{1}{3}$	*ra.*	—	$1\frac{1}{2}$	N	*Sors & lucrum simul*
Huius $\frac{1}{2}$,	$\frac{2}{3}$	*ra.*	—	$\frac{3}{4}$	N	*Lucrum*
			+	8		*Lucrum & id*
	$\frac{2}{3}$	*ra.*	+	$7\frac{1}{4}$	N	*quod lucratur secundò*
	2	*ra.*	+	$5\frac{1}{4}$	N	*Sors & lucrum simul*
Huius $\frac{1}{4}$,	$\frac{1}{2}$	*ra.*	+	$1\frac{7}{16}$	N	*Iactura vel lucrum*
manent	$1\frac{1}{2}$	*ra.*	+	$4\frac{5}{16}$	N	*æqua.* 100 — $\frac{1}{16}$ N
vel ven.	$2\frac{1}{2}$	*ra.*	+	$7\frac{1}{16}$	N	*æqua.* 232 + $\frac{3}{16}$ N *&c.*

23 *Sit vnus numerus notus, nimirum 28, 63 vel 42, quatuor deinde alij ignoti: & esto quod ignotorum primus cum reliquorum trium altera parte, secundus verò cum reliquorum tertia parte, tertius autem cum reliquorum quarta, ac quartus deinde cum reliquorum parte quinta, ipsum notum positum æquent: Quæritur de numeris ignotis.*

Facit ratione numeri

		Primus	*secundus*	*tertius*	*quartus numerus.*
	28	$\frac{28}{37}$	$14\frac{14}{37}$	$18\frac{34}{37}$	$21\frac{7}{37}$
	63	$1\frac{26}{37}$	$32\frac{13}{37}$	$42\frac{21}{37}$	$47\frac{25}{37}$
	42	$1\frac{5}{37}$	$21\frac{21}{37}$	$28\frac{14}{37}$	$31\frac{29}{37}$

SEQVITVR HVIVS EXEMPLI EXAMEN.

Sumantur ad examinandum numeri primi,
qui sunt $\frac{28}{37}$, $14\frac{14}{37}$ $18\frac{14}{37}$ $21\frac{7}{37}$ & 28

Numerus		Partes requisitæ			Summa singulorum cum suis partibus, æquales
primus	$\frac{28}{37}$	$7\frac{7}{37}$	$9\frac{17}{37}$	$10\frac{22}{37}$	
secun.	$14\frac{14}{37}$	$6\frac{34}{111}$	$7\frac{7}{111}$	$\frac{28}{111}$	28
tertius	$18\frac{34}{37}$	$5\frac{22}{37}$	$\frac{7}{37}$	$3\frac{22}{37}$	
quar.	$21\frac{7}{37}$	$\frac{28}{185}$	$2\frac{162}{185}$	$3\frac{29}{37}$	

EXEMPLVM VLTIMVM, ET SIMILE *præcedenti.*

Fundus quidam inscribitur 375 coronatis, quod vbi vnus rescifcit, ipsius autem fortunæ multo minores quàm vt eum emere possit, re igitur infecta, discedit. Hoc idem & alÿ cuidam, ac deinde etiam tertio accidit. Veruntamen si is qui primo loco fundum est licitatus, dimidiam pecuniæ partem à reliquis: is verò qui secundo, dodrãtem à reliquis: is autem qui tertio, bessem à reliquis acciperet, singulorum tandem pecuniæ eo modo auctæ, sufficerent ad emendum fundum. Quare nunc quæstio oritur, quot coronatos seorsim quisq; habuerit. Facit

Primus	Secundus	Tertius.
$267\frac{6}{7}$	$53\frac{4}{7}$	$160\frac{5}{7}$.

Quod examinari poterit.

Et hæc quidem sunt optime Lector, quæ paucis tibi pro Regularum Algebræ declaratione communicare voluimus. Cæterum qui plura requirit, his nunc instructus, ab alÿs harum regularum scriptoribus petat.

Excudebat Lutetiæ Parisiorum, Benedictus Preuotius Typographus, in vico Frementello, sub insigni stellæ aureæ.

1551